

9.

Gondolkodási készségek és képességek fejlődésének mérése

Csapó Benő

Szegedi Tudományegyetem Neveléstudományi Intézet

Molnár Gyöngyvér

Szegedi Tudományegyetem Neveléstudományi Intézet

Bevezetés

Az iskola egyik alapvető célja a tanulók gondolkodásának, általános értelmi képességeinek fejlesztése. Az értelem kiművelésére irányuló törekvés szinte egyidős az iskolázás történetével, különböző korszakokban egyes tantárgyakat kifejezetten a gondolkodás fejlesztésének szolgálatába kívántak állítani. A konkrét tartalomhoz kötődő készségek és az általános képességek pontosabb megkülönböztetését, leírását segítő kutatások azonban csak a múlt század elején kezdődtek el, a fejlesztés megvalósításához szükséges tudományos háttér pedig az utóbbi évtizedekben alakult ki.

A tesztekkel végzett első mérések az értelmi képességekre irányultak, és bár később más területekre is kiterjedtek, az intelligenciakutatás meghatározó szerepet játszott a pszichometria fejlődésében. Mivel azonban a tesztekkel vizsgált általános képességek fejlesztése az iskolában nem kapott szerepet, a mérésekben rejlő lehetőségek az iskolai gyakorlat számára nagyrészt kihasználatlanok maradtak. Alig néhány országban került sor a gondolkodás készségeinek és képességeinek rendszeres felmérésére. Szelekciós eszközként azonban széles körben alkalmaztak kognitív képességteszteket, például az angolszász felsőoktatási intézményekben a hallgatók kiválasztására.

Magyarországon viszonylag korán sor került különböző gondolkodási készségek és képességek felmérésére, így az utóbbi négy évtizedből számos kisebb-nagyobb mintán felvett adattal rendelkezünk. Több képességről országos reprezentatív mintán végzett keresztmetszeti fejlődésvizsgálat eredményei is rendelkezésre állnak. Az adatok együttesen az óvodától a középiskola végéig terjedő teljes életkori spektrumot átfogják. A jelentősebb nemzetközi összehasonlító vizsgálatok tematikájába mindössze egy alkalommal került be önálló területként egy tantárgyakon átívelő általános képesség, a 2003-ban lezajlott PISA-felmérésben megjelent problémamegoldás. Az utóbbi években azonban mind nagyobb figyelmet kapnak a tantárgyakon átívelő általános képességek, amit az is jelez, hogy a tervek szerint a problémamegoldás valamilyen formája 2012-ben (dinamikus problémamegoldás) és 2015-ben (kooperatív problémamegoldás) is szerepelni fog a PISA-felmérésben.

Ebben a fejezetben áttekintjük a tantárgyakhoz nem kötődő készségek és általános képességek felmérésének elméleti kereteit, majd három fő csoportban összegezzük a felmérések eredményeit. Először a különböző gondolkodási műveletekkel foglalkozunk, majd az általános képességek közül az induktív gondolkodással, melyről a legtöbb mérési eredmény áll rendelkezésünkre. Végül a problémamegoldás hazai és nemzetközi felmérésének eredményeit mutatjuk be.

Az értelmi képességek fejlesztésének és felmérésének elméleti háttere

Az értelmi készségeket és képességeket két fő csoportba sorolhatjuk. Megkülönböztethetjük a tartalomhoz (iskolai tantárgyakhoz) szorosabban kötődő készségeket, amelyeket e kötet első fejezetei is érintettek, és a tartalmak szélesebb körében alkalmazható általános képességeket. A tantárgyakhoz kötődő készségeket és az általános képességeket vizsgáló tesztek között nincs éles határ. Például a matematika tantárgy keretében olyan képességek fejlesztésére is sor kerül (nyelvi-logikai műveletek, relációkkal való műveletvégzés, térbeli gondolkodás), amelyek az általános gondolkodási folyamatokban is megjelennek. A természettudományi tudás alkalmazását olyan készségek teszik lehetővé, amelyek az általános problémamegoldásban játszanak szerepet. Éles választóvonalat azért sem lehet húzni, mert a gondolkodás képességeinek méréséhez mindig valamilyen tartalomra van szükség,

és az adott tartalmi terület ismerete befolyásolhatja az eredményeket. Alapelv lehet azonban, hogy az általános képességeket felmérő tesztek esetében a konkrét tartalom másodlagos szerepet játszik, a megoldáshoz esetleg szükséges tárgyi tudással a felmért személyek mindegyike rendelkezik, vagy azt a feladat közli, így e tesztek a gondolkodási folyamatokban, a tudás alkalmazásában szerepet játszó készségek különbségeit mutatják meg.

Az általános képességek felmérése iskolai kontextusban

Az első, szélesebb körben alkalmazott tesztek az általános intellektuális képességeket vizsgálták, a pedagógiai mérésekben azonban a gondolkodás készségeinek és képességeinek tantárgyakhoz nem kötődő komponensei hosszú ideig csak másodlagos szerepet játszottak. A korai képességtesztek olyan intelligenciakonceptióhoz kötődtek, amely túl nagy szerepet tulajdonított az öröklött tényezőknek, és kevésbé tartotta az általános képességeket módosíthatónak, az iskolai hatások által fejleszthetőnek. E felfogás szellemében az általános képességek fejlettségi szintjének mérése az oktatás szempontjából irreleváns volt, hiszen a gyakorlatban felesleges olyasmit rendszeresen mérni, ami az oktatás hatására nem változik lényegesen. A gyenge szint megmutatása pedig – a változtatás reménye nélkül – negatívan befolyásolhatná más tulajdonságok fejlődését is. Mára ez a szemlélet meghaladottá vált, sok különböző területen végzett empirikus kutatás bizonyítja az értelmi képességek fejleszthetőségét (Adey, Csapó, Demteriou, Hautamäki és Shayer, 2007).

Bizonyos kontextusban azonban legitimmé vált az általános képességtesztek oktatási kontextusban való alkalmazása a fejleszthetőségre vonatkozó bizonyítékok nélkül is. Az iskolakészültség megállapítására, illetve a sajátos tanulási problémák feltárására széles körben használtak különböző képességteszteket. Szelekciós célokra is gyakran alkalmaztak ilyen mérőeszközöket. Például Amerikában az általános értelmességet mérő *Scholastic Aptitude Test* (SAT) több mint egy évszázadon át a felsőoktatásba jelentkezők kiválasztásának igen hatékony eszköze volt. Az oktatási rendszer legfelső szintjén, melyben már csak a népességnek egy kisebb része vett részt, nem volt aggályos a képességek alapján történő szelekció, hiszen bármi legyen is a kiemelkedő képesség forrása, elvárható, hogy a legalkalmasabb jelentkezők kerüljenek be a legkeresettebb intézmények legvonzóbb szakjaira. A folyamatos fejlesztés a SAT-teszteket a bevélest mind jobban előrejelző eszközzé tette.

Az említett tényezőknek köszönhető, hogy amikor az oktatás felfedezte a maga számára a méréseket, azok elsősorban a diszciplináris tartalmakra koncentráltak. Kutatási célokra természetesen a tesztelés kezdetei óta alkalmaztak általános képességteszteket. Az oktatás gyakorlatában való elterjedésüket azonban az iskolázással kapcsolatos elvárások megváltozása váltotta ki, és az utóbbi évtizedek tudományos eredményei a szélesebb körű alkalmazás alapjait is megteremtették.

Az iskolai képességfejlesztés igénye az 1970-es években került előtérbe, a tudományos háttérét pedig főleg a Piaget-iskola eredményei, a műveleti gondolkodással és az alapvető készségekkel kapcsolatos kutatási eredmények jelentették. Később a kognitív pszichológia korai korszakának hatása gyakorolt befolyást a mérések orientációjára, a kutatók érdeklődése a szakértelem kialakulása, a tudás szerveződése és alkalmazása felé fordult. Előtérbe került az olyan általános képességek vizsgálata, amelyek a tudás létrejöttében, szerveződésében és transzferében is szerepet játszanak. Ilyenek voltak például az analógia és az induktív gondolkodás, valamint a problémamegoldás.

Az általános készségek, gondolkodási képességek felmérése csak az utóbbi évtizedben jelent meg a nemzetközi programokban, 2003-ban a PISA negyedik területe volt a problémamegoldás. Ebben Magyarország is részt vett, de más nemzetközi adataink ezekről a területekről nincsenek. Országos reprezentatív vagy egyéb nagyobb vizsgálatból származó adataink azonban különböző képességekről vannak. Szegedi kutatók az 1980-as évektől kezdődően vizsgálták a gondolkodás műveleti képességeit, az akkor kidolgozott tesztek különböző továbbfejlesztett változatai később számos más mérésbe is bekeverültek. Az 1990-es évek elején merült fel az igény egy olyan teszt elkészítésére, amely a megismerés és a tanulás sokféle területén szerepet játszó gondolkodási képességeket méri. Erre a célra alkalmasnak bizonyult az induktív gondolkodás, amelynek országos reprezentatív felmérésére is sor került, továbbá az induktív gondolkodás tesztek különböző vizsgálatokban szerepeltek az általános értelmi képesség jellemzésére szolgáló háttérváltozóként. A PISA-felmérésekkel párhuzamosan indult el Szegeden a problémamegoldás részletesebb, fejlődési dimenzióba helyezett vizsgálata.

A gondolkodás képességeit, az általános értelmi képességeket többféle módon lehet rendszerezni. Ebben a fejezetben azonban csak azokkal a képességekkel foglalkozunk, amelyekről mérési adatokkal rendelkezünk. Ezeket három fő csoportba soroljuk. Áttekintjük a gondolkodás műveleti képességeit, majd bemutatjuk az induktív és a problémamegoldó gondolkodást.

A Piaget-iskola és a műveleti képességek

Az értelmi fejlődés egyik legnagyobb hatású modelljét *Jean Piaget* dolgozta ki. Lényegében nem is csak egy elméletet alkotott, hanem elméletek összefüggő rendszerét hozta létre. Ezek az elméletek a tanulás és az értelmi fejlődés olyan alapvető fontosságú kérdéseire adnak választ, amelyek a pedagógiai gyakorlat számára is meghatározó jelentőségűek. Az elméletből levonható következtetéseket jól lehet alkalmazni a tanítás során.

Piaget megfontolásai szerint a tudás eredete a tevékenység, a környezetel való interakció. Ennek szellemében a tanulók nem passzívan befogadják, átveszik a kész külső tudást, hanem azt maguk alkotják meg. Tevékenységükkel leképezik a környezetük struktúráit. Kezdetben csak eszközökkel, tárgyakkal végeznek műveleteket, majd ezek belsővé válásával (*interiorizáció*) képesek lesznek tárgyak jeleivel, szimbólumokkal való műveletvégzésre, kialakulnak az értelem műveleti struktúrái.

A fejlődés folyamatát egymást követő, egymástól minőségileg különböző szintek, *stádiumok* sorozataként írja le. Az egyes szinteken más-más értelmi eszközök állnak a gyermekek rendelkezésére az információk feldolgozására, szervezésére. Egy adott szinten csak azokat az információkat tudják befogadni, amelyek összhangban vannak meglévő *sémáikkal*. Az aktuális sémákkal összhangban levő információk befogadása az *asszimiláció*. Ha az új információ nincs összhangban a meglévő sémákkal, kognitív konfliktus keletkezik, ami elvezethet az aktuális sémák, struktúrák átrendeződéséhez, az *akkomodációhoz*. A kognitív konfliktus a tanítás során is előidézhető, így a fejlődést tudatosan lehet stimulálni. A *stádiumok elmélete* négy fő szintet különböztet meg, amelyből az (1) *érzékszervi-mozgásos* periódus az élet első éveit fogja át, a (2) művelet előtti, a (3) konkrét műveletek szintje és a (4) formális szint esik a közoktatás időszakára (*Piaget*, 1993; *Inhelder és Piaget*, 1967).

A *struktúrák elmélete* egységes, matematikai eszközökkel is leírható rendszerbe foglalja az értelem műveleti struktúráit (*Piaget*, 1970). Olyan egyszerű, a hétköznapi életben, a napi tevékenységekben, a tanulásban, az alkotásban megjelenő gondolkodási folyamatokat ír le, amelyeket a matematika többek között a relációk elméletében, a halmazműveletek, a matematikai logika, a kombinatorika, a valószínűségelmélet (*Piaget és Inhelder*, 1975) és a geometria (*Piaget és Inhelder*, 1976) keretében is tanulmányoz.

Piaget és a körülötte dolgozó kutatók a gyerekek egyéni megfigyelése révén gyűjtötték össze az elméletek alapjául szolgáló tapasztalati anyagot.

Elmélyült gondolkodást igénylő feladathelyzetekben azonosították a tanulók tevékenységében és beszédében, kijelentéseiben megjelenő műveleteket, és azonosították az egyes életkorokra jellemző fejlődési stádiumokat. Később más kutatók (akiket gyakran a neopiaget-iánus irányzatokhoz sorolnak) a *Piaget* által azonosított műveleteket más módon, például papír-ceruza tesztekkel is mérhetővé tették, és így lehetővé vált a műveleti képességek nagyobb, reprezentatív mintákon való felmérése.

Piaget és a köré szerveződő tudományos iskola munkássága több területen is jelentős hatást gyakorolt az oktatás fejlődésére. Annak megmutatása, hogy a matematika és az értelem alapvető műveleti struktúrái között nagyfokú hasonlóság van, új irányt szabott a matematika tanításának. Az 1960–70-es években az *új matematikának (new math)* nevezett reformmozgalom világszerte, így Magyarországon is átformálta a matematika tanítását a gyerekek gondolkodásának fejlődéséhez jobban illeszkedő tartalom kiválasztásával és eszközök alkalmazásával. A természettudományi tananyagok megértéséhez szükséges és a tanulók által birtokolt gondolkodási műveletek összehasonlítása nyomán kiderült, hogy a gyerekek többsége a tananyag egy részét szükségszerűen nem értheti meg. Ez egyrészt elindította a tantervek, tanítási programok átszervezését, másrészt olyan fejlesztő módszerek kidolgozásához vezetett, amelyek meggyorsítják a tanulók gondolkodásának fejlődését (*Adey, 1999; Adey, Shayer és Yates, 2001*). Az oktatási kísérletek bebizonyították, hogy a tanulók műveleti gondolkodása fejleszthető, és a fejlesztés hatása tartós lehet (*Csapó, 1987, 1991, 2003; Adey és Shayer, 1993, 1994*).

A műveleti képességek felmérésének jelentőségét az adja, hogy egyértelműen azonosíthatók és viszonylag könnyen mérhetők, ugyanakkor fejlettségük alapvetően meghatározza, hogy a diákok milyen szinten képesek megérteni és elsajátítani a tananyagot. E sajátosságaiknak köszönhetően különösen alkalmasak a formatív és diagnosztikai vizsgálatokra.

Az induktív gondolkodás

Az előzőekben jellemzett műveleti gondolkodástól eltérően az induktív gondolkodásnak nincs egyértelműen meghatározható pontos szerkezete. Több elméleti modellje, egymástól némileg különböző értelmezései vannak, pontos pszichológiai mechanizmusai nem ismertek. Közös azonban az értelmezésekben az, hogy az induktív gondolkodás nem vezet bizonyíthatóan

igaz eredményre. E sajátosságát kiemelve gyakran állítják párhuzamba a deduktív gondolkodással. A deduktív gondolkodás jól azonosítható műveletekből épül fel, és helyes alkalmazása esetén igaz kiinduló állításokból (premisszákból) szükségszerűen igaz következtetésre jutunk. Ezzel szemben az induktív gondolkodás eredménye nem szükségszerűen igaz, a rendelkezésre álló információkból kifejthető, egy lehetséges megoldásra jut. Amíg azonban a deduktív gondolkodás nem vezet alapvetően új tudásra, csak más formában fejt ki, ami a kiinduló információkban benne van, addig az induktív gondolkodás új tudáshoz vezet. A deduktív gondolkodási folyamat algoritmizálható, leírható meghatározott műveletek sorozataként, ezért a dedukcióra a számítógépeket is lehet programozni, az induktív gondolkodás sajátosan emberi megismerési folyamat.

Az induktív gondolkodás klasszikus értelmezése szerint a sok egyedi esetben megjelenő közös vonás, szabályszerűség általánosítása (szabályindukció). A hétköznapi életben és a tudományos gondolkodásban (Pólya, 1988) egyaránt alkalmazzuk az indukciónak ezt a formáját. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy az így nyert szabály, általánosítás nem következik teljes bizonyossággal a kiinduló adatokból.

Az induktív gondolkodást különböző pszichológiai irányzatok keretében tanulmányozták és mérték fel. Az intelligenciakutatás egyik fő irányzata keretében faktoranalízissel vizsgálta az értelmi képességeket meghatározó faktorokat, a tesztfeladatokban nyújtott teljesítmények között levő összefüggések alapján következtettek az intelligencia szerkezetére (Carroll, 1993). Az egyik modell megkülönböztette az elsősorban a birtokolt tudás által meghatározott *kristályos* és az inkább az információk közötti kapcsolatok felismerésén alapuló *fluid* intelligenciát. Ez utóbbit gyakran vizsgálták induktív gondolkodást igénylő feladatokkal (Klauer, 1987; Klauer, Willmes és Phye, 2002). Például a *Raven-teszt* megoldása során mátrixalakzatban elrendezett mintázatokban kell megtalálni, mi hiányzik egy adott helyről. Ehhez azonosítani kell, hogy milyen jegyek határoznak meg egy mintázatot, majd fel kell ismerni, milyen szabály szerint változnak a mintázatok egy mátrixon belül.

Az induktív gondolkodás az említett különbségek miatt nem azonosítható az intelligenciával, ugyanakkor jól használható az általános értelmesség bizonyos formájának jellemzésére. Felmérésére a mátrixok mellett gyakran alkalmaznak analógiákat, amikor két dolgot kell párhuzamba állítani, és a feladatban az analógia egyik tagjának hiányzó elemét kell megtalálni (Nagyné, 2000, 2006). Hasonlóképpen gyakran használják induktív felada-

tok készítésére a sorozatokat. Ilyenkor egy sorozat megadott tagjai alapján fel kell ismerni, milyen szabály szerint változnak, majd a sorozatot folytatni kell (bővebben l. *Csapó*, 1994, 2003).

Egy másik megközelítés az induktív gondolkodás szerkezetének leírásából indul ki. Ilyen modellt dolgozott ki *Klauer*, amely szerint az induktív gondolkodás lényege a dolgok és tulajdonságaik közötti hasonlóság és különbözőség felismerése. A hasonlóságok és különbözőségek kombinációi alapján egy teljes rendszer hozható létre, amelyből 120 alapfeladat adódik (*Klauer*, 1990a, 1990b). Ezekre a feladattípusokra *Klauer* különböző fejlesztő gyakorlatsorokat épített, melyeket az iskolai tanulásban is fontos szerepet játszó induktív gondolkodás fejlesztésére lehetett használni (*Klauer*, 1996, 2001; *Hamers, de Koning és Sijtsma*, 1998). A *Klauer* rendszere alapján készített feladatok megoldása során megjelennek a rendezési relációk és halmazműveletek, így ez a modell kapcsolatot teremt a művelési képességekkel. Ezek a feladatok inkább használhatók fiatalabb tanulók felmérésére, míg az induktív gondolkodás fejlettebb szintjeinek vizsgálatára alkalmasabbak az analógiás feladatok.

Az induktív gondolkodás felmérését pedagógiai szempontból az teszi fontossá, hogy szerepét sokféle tanulási feladatban és fejlődési folyamatban ki lehet mutatni. Bizonyos esetekben pontosan meghatározható az indukció szerepe, például a fogalmak fejlődésében a hasonló tulajdonságú dolgok közös halmazba foglalása (*Korom*, 2005). Más esetekben, mint például az idegen nyelvek tanulása, kimutatható az induktív gondolkodás szerepe, bár a hatás pontos mechanizmusa még nem tisztázott (*Csapó és Nikolov*, 2009). Ugyanakkor az induktív gondolkodás fejleszthető mind külön erre a célra kidolgozott eszközökkel (*Molnár*, 2011), mind pedig a tanítás tartalmaiba ágyazva (*Klauer és Phye*, 2008).

A problémamegoldó gondolkodás

A 19–20. század fordulója óta számos meghatározás és modell született a problémamegoldásra, illetve a problémamegoldó gondolkodásra. A legtöbb értelmezés megegyezik abban, hogy problémamegoldásra akkor van szükség, amikor egy olyan feladat áll elő, amelynek a megoldása nem ismert, a feladat nem átlátható, vagy az ismert megoldások alkalmazását különböző tényezők akadályozzák. A probléma mindig újszerű, ismeretlen

formában jelentkeznek, melyben nem lehet közvetlenül felhasználni a meglévő tudást, korábbi tapasztalatokat (Lénárd, 1987; French és Funke, 1995). Az egyszerű, algoritmizálható feladatoktól való megkülönböztetés¹ érdekében az ilyen problémákat gyakran nevezik *komplexnek* vagy *intranszparensnek*.

A *Gestalt-pszichológia* (alaklélektan) keretében kidolgozott elmélet szerint az emberek képesek átlátni a probléma szerkezetét, majd a megoldás érdekében újrastrukturálni azt. Az alaklélektan képviselői kísérleteik során bebizonyították, hogy a problémamegoldás egyaránt produktív és reprodukív viselkedés, ahol fontos szerepet játszik a gyakran hirtelen, „aha-élmény” formájában történő újrendezés és belátás. Kísérleteikben tudásszegény szituációkban kellett a kísérleti személyeknek a problémát megoldani, amelynek során csak a megoldási folyamatban megszülető felismerésekre támaszkodhattak (French és Funke, 1995).

A problémamegoldást a korai leíró megközelítések egymást követő lépésekből álló lineáris folyamatként jellemezték. Ezzel a szemlélettel szakítja Pólya György (1969, 1978) ciklikus, illetve kétirányú folyamatként értelmezi azt. Pólya nevéhez köthető a matematikai természetű problémamegoldás máig legismertebb meghatározása, mely a folyamatot négy szakaszra bontja: (1) a probléma felismerése és megértése, (2) a probléma megfogalmazása és tervkészítés, (3) a stratégia kiválasztása és a terv végrehajtása, (4) a megoldás vizsgálata. Magyarországon főleg a problémamegoldásnak ez az értelmezése terjedt el, ehhez kapcsolódtak különböző korábbi vizsgálatok és tanítási kísérletek is (Salamon, 1972; Ambrus, 2002).

A 20. század második felében az emberi megismerést információfeldolgozásként értelmező irányzat szintén kidolgozta a maga problémamegoldás-elméletét. A főként Amerikában elterjedt szemléletmód a problémamegoldást tudásgazdag környezetbe helyezte, és elsősorban mint a korábbi tudás új környezetben való alkalmazását fogta fel. Az elsősorban Newell és Simon munkásságához köthető irányzat egyik fő törekvése az emberi gondolkodás számítógépes modellezése, illetve a problémamegoldásra alkalmas számítógépes program kidolgozása volt. E paradigma keretében megalkották a problémater fogalmát, a problémamegoldást e térben való keresésként írták le. Rávilágítottak arra, hogy egy probléma megoldásához számos

¹ Az angol nyelv az algoritmizálható matematikai feladatok megoldására is a problémamegoldás kifejezést alkalmazza, míg a magyar (és a német) nyelvben erre a feladat (*Aufgabe*) szó használatos. Így angolul a megkülönböztetés érdekében a komplex stb. jelző alkalmazására még inkább szükség van.

különböző út is vezethet. Munkájuk eredményeként elkészült az Általános Problémamegoldó (*General Problem Solver*) számítógépes szoftver, amely valóban a problémák széles körét volt képes kezelni (*Newell és Simon, 1972*). Ugyanakkor a számítógépes modellezés a problémamegoldás sajátosan emberi vonásait (pl. intuíció, belátás) nem tudta értelmezni. Az e paradigma keretében dolgozó kutatók elvetették az általános modell kidolgozásának lehetőségét és a területspecifikus (fizika, írás, olvasás, számolás, sakkozás, számítógépes jártasság stb.) szakértelemre fókuszálva kezdték el vizsgálni a problémamegoldó gondolkodást. Az európai kutatások ezzel szemben inkább a problémák általános sajátosságaira koncentrálnak; a problémamegoldás folyamatát mint általános jelenséget kezelték (*Frensch és Funke, 1995*).

Az ezredforduló körüli gyors társadalmi-gazdasági változások újszerű követelményeket támasztottak a munkavállalókkal szemben. A hétköznapi életben való boldoguláshoz is másfajta tudásra van szükség, mint a korábbi, lassan változó, statikus társadalmakban. Ez a helyzet ismét felértékelte a problémamegoldást, annak fejlesztését, illetve iskolai kontextusban való felmérését. Az OECD által 2000-ben elindított PISA-felméréssorozat már a második ciklusban felvette programjába a problémamegoldás vizsgálatát (*OECD, 2003, 2004*). A PISA-felmérések tartalmát nem a részt vevő országok tanterve határozza meg, hanem a tesztek azt kívánják felmérni, hogy a tanulók birtokában vannak-e annak a tudásnak, amellyel a fejlett országok fiataljainak rendelkezniük kell ahhoz, hogy a magánéletükben, a munka világában sikeresek legyenek (*Csapó, 2005*). E megközelítés értelmében a problémamegoldás tematikája a tudás alkalmazását, a problémák komplexitását, életszerűségét emelte ki. A PISA meghatározása értelmében „a problémamegoldás az egyén képessége arra, hogy kognitív eljárásokat használjon olyan reális, diszciplinákat átmetsző (*cross-disciplinary*) helyzetekben, amikor a megoldáshoz vezető út nem válik azonnal nyilvánvalóvá, és amikor a műveltségi területek vagy tantervi tartalmak, amelyek esetleg felhasználhatók, nem találhatók meg a matematika, az olvasás vagy a természettudomány egyetlen területén belül” (*OECD, 2003, 156. o.*). Elméleti keretének kiindulópontja *Pólya György* problémamegoldás-felfogása.

Az ezredfordulót követő években számos nemzeti és nemzetközi kutatási-fejlesztési program indult el az úgynevezett „21. századi készségek” azonosítására, leírására. Ezek szinte mindegyike, így „A 21. századi készségek mérése és fejlesztése” (*Assessment and Teaching of 21st Century Skills,*

ATC21S) projekt is az egyik legfontosabb készségnek tekinti a problémamegoldást (*Binkley, Erstad, Herman, Raizen, Ripley, Miller-Ricci és Rumble, 2011*).

A műveleti képességek felmérésének eredményei

Ebben a részben azokkal a Piaget-iskola által is vizsgált műveleti képességekkel foglalkozunk, amelyek szerkezete matematikai eszközökkel jellemezhető. Egy részük a matematika tanítása során közvetlenül is fejleszhető, azonban nem egyszerű matematikai készségekről van szó. Kialakulásuk már az iskola előtt megkezdődik, és fejlődésükre nemcsak az iskolai matematikatanulás, hanem – miként *Piaget* elmélete is tükrözi – a környezettel való interakció általában hat. Mivel néhány műveleti képességre több projektből is rendelkezésre állnak az adatok, az eredményeket olyan csoportosításban mutatjuk be, ahogy az eredeti vizsgálatok alapján rendelkezésre állnak.

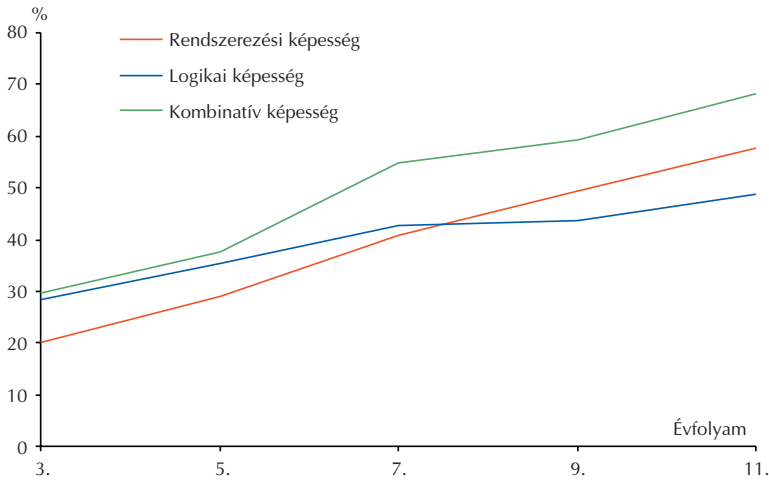
A rendszerezési, logikai és kombinatív képesség

Magyarországon a műveleti képességek papír-ceruza tesztekkel történő vizsgálatát szegedi kutatók három fő területen indították el. Azoknak a gondolkodási műveleteknek az elemzésére került sor, amelyek a hétköznapi gondolkodás és az iskolai tanulás sokféle területén szerepet játszanak. Elméleti kiindulásul *Piaget* vizsgálatai szolgáltak (*Inhelder és Piaget, 1967*). *Piaget* azonban csak a kétértékű logikai műveleteket foglalta teljes rendszerbe, más művelettípusoknak csak néhány feladattípusát vizsgálta. Az eredetileg kevesebb műveletre szorító, alapvetően kvalitatív és egyéni megfigyelésen alapuló adatgyűjtés helyett a szegedi kutatók a műveletek teljesebb rendszerének kidolgozására és tesztfeladatokká alakítására vállalkoztak.

A műveleteket három fő csoportba sorolták. A *rendszerezési képesség* tesztjei azt vizsgálták, miképpen tudják a tanulók a soralkotás, a halmazba sorolás és az osztályozás műveleteit alkalmazni, a különböző relációkat értelmezni (*Nagy, 1987*). A *logikai képesség* tesztek a nyelvi-logikai műveletekkel összekapcsolt állítások értelmezésének helyességét vizsgálták (*Csirikné, 1986*). A *kombinatív képesség* tesztekben a tanulóknak megadott

elemekből kellett a meghatározott feltételeknek megfelelő konstrukciókat összeállítani (Csapó, 1983, 1988). A három terület hasonló koncepció szerint készült tesztjeivel végzett felmérések az elméleti koncepció kidolgozása során feltárt teljes műveletrendszer lefedték. A felmérésekre 1980 májusában Csongrád megye iskoláiban került sor három korosztályban, negyedik, nyolcadik és középiskola harmadik évfolyamon. A vizsgálat alapvető célja a műveletrendszer szerkezetének, összefüggéseinek feltárása és az életkori jellemzők elemzése volt. A felmérésbe bevont osztályok nem alkotnak reprezentatív mintát, így az adatok csak a különböző korú tanulók közötti különbségek kvalitatív jellemzésére és a fejlődés átfogó becslésére alkalmasak. A különböző területeken elvégzett elemzések egybehangzó megállapítása szerint (1) a tanulók jelentős része nem érte el a *Piaget* által feltételezett fejlettségi szintet, (2) az azonos korú tanulók között jelentős, több évnek megfelelő fejlettségbeli különbségek voltak, és (3) a különböző korú tanulók között nem volt akkora különbség, mint amekkora a többéves iskolázás alapján várható lett volna.

A feladatok eredményeinek részletes elemzése alapján továbbfejlesztett, egy tanórán megoldható tesztváltozatok készültek olyan feladatokkal, amelyek a legjobban lefedték az eredeti elméleti keretekben definiált műveleteket, illetve legjobban reprezentálták a teljes tesztváltozatokkal felmért képességeket. A rendszerezési képesség feladataiból regresszióelemzéssel készült egy rövidített tesztváltozat. A logikai képességek mérésére egy új értékelési koncepciót követve elkészült a tíz fontosabb kétváltozós nyelvi-logikai műveletet lefedő teszt (Vidákovich, 1989a, 1989b, 1998). A kombinatív képesség eredetileg 37 feladatstruktúrát tartalmazó rendszeréből számítógépes optimalizálással választottak ki hatot, melyek képi és formális tartalommal kerültek be a rövidített tesztváltozatba (Csapó, 2001b). Ezekkel a mérőeszközökkel 1997-ben országos reprezentatív mintákon történtek a felmérések a 3., 5., 7., 9. és 11. évfolyamokon. Az egyes minták mérete 2000 fő körül volt, a felmérésekben összesen közel 10 000 tanuló vett részt (részletesebben l. Csapó, 2003). A három tesztet (és még további képességek tesztjeit is) ugyanazok a tanulók oldották meg, így az adatok alapján lehetőség nyílt az összefüggések sokoldalú elemzésére is. A fejlődést itt csak a teljes tesztekre kiszámított százalékos teljesítmények változásával jellemezzük, az eredményeket a 9.1. ábra szemlélteti.



9.1. ábra. A műveleti képességek fejlődése (Forrás: Csapó, 2003, 129. o.)

Az eredmények megerősítették a korábban kisebb mintán végzett vizsgálatok következtetéseit. A rendszerezési képesség fejlődésgörbéjének alakja hasonlít a szabályos, elnyúlt S alakú logisztikus görbéhez² (Molnár és Csapó, 2003). A logikai és a kombinatív képesség azonban sajátos törést mutat, aminek az lehet az oka, hogy a fejlődés során szerkezeti átrendeződésre kerül sor. Fontos tanulsága a vizsgálatnak, hogy a műveleti képességek még a középiskola vége felé sem érik el a teljes fejlettséget. Ugyanakkor a görbék alakja (nem telítődési szakasszal végződnek) arra utal, hogy a fejlődés még nem zárult le, a vizsgált életkori tartományon túl is folytatódhat. A vizsgált intervallumban a logikai képesség fejlődik a leglassabban, és a középiskolás korra a legalacsonyabb fejlettségi szintet éri el. A nyelvi logikai műveletek fejletlensége megnehezíti az összetett kijelentéseket tartalmazó szövegek pontos megértését, ez a gyenge szövegértés egyik oka is lehet.

A rendszerezési képesség vizsgálatára több más projekt keretében is sor került. Az MTA-SZTE Képességkutató Csoport és a KÁOKSZI együttműködésében 2003-ban zajlott le egy átfogó adatfelvétel. A kritériumorientált elven készült teszt 14 feladatból, összesen 50 itemből állt. A felmérésben az országos reprezentatív mintavétel elveinek megfelelően kiválasztott 4., 5., 6., 8. és 10. évfolyamos tanulók vettek részt (Nagy, 2003). A vizsgált készségek az átfogott

2 A fejlődés logisztikus görbével jellemezhető jellegéről l. Molnár és Csapó, 2003.

életkori tartományban lassan változnak, 50-70% szintre jutnak el a tizedik évfolyamra. Néhány készség esetében az eredményeket össze lehetett hasonlítani az 1980-as vizsgálat eredményeivel, és kiderült, hogy azok nagyon közel állnak egymáshoz. Ezek alapján a szerző megfogalmazza: „Jogos tehát a megállapítás, hogy a közel negyedszázaddal ezelőtti és a jelenlegi fejlettségi szint és fejlődési ütem nem változott figyelmet érdemlően.” (Nagy, 2003, 292. o.) A 10. évfolyamon nagyok az iskolatípusok közötti különbségek. A szakiskolások általában a 6–8. évfolyam átlagos szintjén vannak, de van olyan készség is, amelyben a 4. évfolyam szintjén teljesítenek.

A logikai képesség teszt is szerepelt más felmérésekben, többek között az 1980-as évek végén a diagnosztikus pedagógiai értékelést kidolgozó kutatási programban (Vidákovich, 1990) és az iskolai tudás szerveződését és változását vizsgáló projektben (Vidákovich, 1998). Ez utóbbi célja az volt, hogy egy viszonylag kis mintán, sok különböző teszt felvételével elemezze, hogy a tanulók tudásának mely komponenseire gyakorol hatást az iskola, miképp gyarapítja tárgyi tudásukat, és hogyan fejleszti a képességeiket. Az adatfelvételre 1998-ban került sor 7. (általános iskola) és 11. (csak gimnázium és szakközépiskola) évfolyamos szegedi tanulókból választott kb. 500 fős mintákon (Csapó, 1998a). A vizsgálat eredményeiből a tíz valódi kétváltozós logikai művelet eredményeit mutatjuk be a 9.1. táblázatban. Mivel a 7. és a 11. évfolyam közötti különbség nemcsak a négy év tanulásnak tulajdonítható, hanem annak is, hogy a hetedikesek gyengébben teljesítő része nem jut be az érettségit adó középiskolákba, a táblázatban szerepel egy K. 7. sor is, mely azoknak a tanulóknak az átlagára adott becslés, akik várhatóan e középiskolákban fognak tovább tanulni.

9.1. táblázat. A tíz valódi kétváltozós művelet feladatainak eredményei (átlagteljesítmények %-ban) (Forrás: Vidákovich, 1998, 197. és 205. o.)

Évf.	„p és q”	„sem p, sem q”	„vagy p, vagy q”	„p vagy q, de lehet, hogy mindkettő”	„p vagy q, de lehet, hogy egyik sem”	„akkor és csak akkor p, ha q”	„ha p, akkor q”	„ha q, akkor p”	„nem igaz, hogy ha p, akkor q”	„nem igaz, hogy ha q, akkor p”
	$p \wedge q$	$p \parallel q$	$p \vee q$	$p \vee q$	$p \mid q$	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \leftarrow p$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
7.	72,7	89,7	64,9	49,6	43,5	15,0	0,0	1,9	24,8	19,1
K. 7.	76,8	92,7	67,6	55,6	52,1	21,1	0,0	3,0	29,9	20,6
11.	85,4	95,1	88,7	83,5	81,2	33,9	10,5	15,1	29,9	23,1

Az egyes nyelvi logikai műveletek megértésében igen jelentős különbségek vannak. Amíg az „és” és a „vagy” műveletekkel összekapcsolt állítások értelmezésében viszonylag jól teljesítettek a tanulók, az implikáció („ha ..., akkor”) és az ekvivalencia („akkor és csak akkor, ha ...”) pontos értelmezése még a középiskolások túlnyomó többségének is gondot okoz. A tankönyvekben már az általános iskolában is gyakran fordulnak elő az ilyen műveleteket tartalmazó összetett állítások, így a tanulók legfeljebb csak megértés nélkül megtanulják a tananyag szövegét.

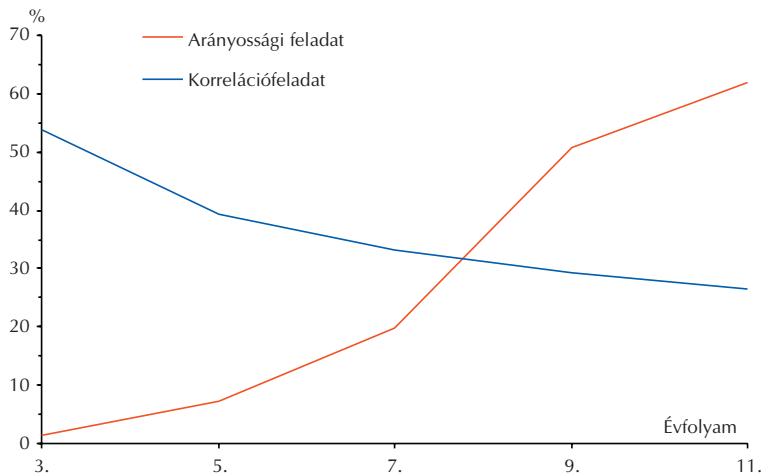
A kombinatív képesség egyszerű feladatstruktúráit *Hajduné* (2004) további elemekre bontotta, és kidolgozott egy olyan feladatrendszert, amely óvodáskorú gyermekek kombinatív gondolkodásának vizsgálatára is alkalmas. A teszttel az óvoda középső csoportjától (átlag életkor 4,91 év) a második évfolyamig (átlag: 8,21 év) mérte fel a kombinatív képesség fejlődését. Eredményei szerint az iskolába lépés után megfigyelhető volt a fejlődés enyhe felgyorsulása. A háttérváltozók szerepének elemzése megmutatta, hogy az anya iskolázottságának már ebben az életkorban is jelentős hatása van.

Az arányossági és a korrelatív gondolkodás

Az iskolai tanulás és a hétköznapi élet számos helyzetében van szükség *arányossági gondolkodásra*, a lineáris összefüggések megértésére. Lényegében minden olyan esetben, amikor az egyik mennyiség valahányszorosára változásával a másik mennyiség szükségszerűen ugyanannyiszorosára változik, az egyenletes mozgás idő-út kapcsolatának megértésétől a különböző mennyiségi kiszerezésben kapható termékek árviszonyainak megítéléséig. Az arányossági gondolkodás azonban lassan fejlődik, és az egyének között nagy különbségek lehetnek. Néhány tanuló már az iskola első néhány éve után magabiztosan kezeli az arányokat, míg mások a középiskola végén sem értik a lineáris összefüggéseket (*Kishta*, 1979; *Boyera*, *Levine* és *Huttenlocher*, 2008). Ezért szükség van olyan feladatokra, amelyekkel gyorsan felmérhető, hogy képesek-e a tanulók az arányossági gondolkodást igénylő helyzetek átlátására.

A külföldi szakirodalomban többször idéznek egy ilyen feladatot (pl. *Lawson*, *Karplus* és *Adi*, 1978), amely egy szélesebb hengerben levő folyadékoszlop magassága és ugyanannak a folyadéknak egy keskenyebb hengerbe átöntés utáni magassága közötti kapcsolatra épül. A feladat megad

egy adatpárt (pl. 4:6) és egy másik adatpár egyik tagját (pl. 6:?). A vizsgált tanulóknak a hiányzó számot kell meghatározniuk. Ez a feladat szerepelt egy 1993–94-ben elvégzett vizsgálatban, melynek mintái Szeged és vonzáskörzetének 3–11. évfolyamos tanulói közül kerültek ki, a középiskolás mintákban a három iskolatípus (szakmunkásképző, szakközépiskola, gimnázium) tanulói arányosan szerepeltek (Csapó, 1994). Az eredmények alapján felvázolt fejlődésgörbe a 9.2. ábrán látható.



9.2. ábra. Az arányossági és a korrelatív gondolkodást mérő feladatok megoldási arányának változása (Forrás: Csapó, 1994, 67. o.)

Az arányossági feladat eredményei egy szabályos logisztikus görbét rajzolnak ki, lassan induló, felgyorsuló, majd ismét lelassuló fejlődéssel. Látványosan egyszerű feladatról van szó, mégis az 5. évfolyamon a tanulók alig 9%-a képes megoldani. A 7. évfolyamon, amikor a fizika- és a kémiatananyagban már szerepelnek a különböző lineáris összefüggések, még csak a tanulók 20%-ánál alakult ki az arányossági gondolkodás. A 9. évfolyamon is még csak a tanulók fele képes az arányfeladat megoldására, és a 11. évfolyam végén minden harmadik tanuló számára még túl nehéznek bizonyult a feladat.

Ugyanebben a vizsgálatban (Csapó, 1994) szerepelt egy *korrelatív gondolkodás* feladat is. A korrelatív gondolkodásra az olyan összefüggések értelmezéséhez van szükség, amelyekben az egyik változó értékének megváltozásával együtt jár egy másik változó megváltozása, de nem szükségszerűen,

hanem csak bizonyos valószínűséggel (Kuhn, Phelps és Walters, 1985). A feladathoz, mely ugyancsak ismert a szakirodalomban (Lawson, Adi és Karplus, 1979), egy ábra tartozik. Az ábrán különböző méretű (kövér vagy sovány) egerek láthatók különböző színű (fekete vagy fehér) farkokkal. A vizsgált tanulónak azt kell megállapítania, van-e összefüggés az egér mérete és a fark színe között. Az ábra számértékei úgy vannak beállítva, hogy azok alapján jól kirajzolódik az összefüggés, bár vannak a domináns szabálytól eltérő egyedek. A 9.2. ábrán látható, hogy a különböző életkorú tanulók milyen arányban ismerték fel az összefüggést. Az általános iskola 3. évfolyamán 54%-uk tartotta azt, hogy a két változó összefügg, míg a középiskola 3. évfolyamán már csak ennek fele, 27% nyilatkozott így. Az iskolában töltött évek előrehaladtával tehát egyre kevesebb tanuló fogadja el a valószínűségi kapcsolatot összefüggésként. Ennek lehet oka az, hogy az iskolai tananyag többnyire determinisztikus összefüggéseket tárgyal. Sajátosan magyar jelenségről van szó, a nemzetközi szakirodalom pozitív változsról számol be (l. Bán, 1998, 228. o.).

A korrelatív gondolkodás szerepelt az iskolában elsajátított tudás szerveződését tanulmányozó, 1995-ben végzett projektben is. A felmérésre itt már egy több feladatot tartalmazó teszttel került sor. A teszt az összefüggés természetét tekintve kétféle feladatot tartalmazott. A feladatok egyik csoportjában a két változó között oksági kapcsolat volt, a másik csoportban statisztikai együtt járás oksági kapcsolat nélkül. Az együttjárás-feladatok esetében itt is megfigyelhető volt, hogy ezeket az idősebb tanulók kevésbé fogadták el összefüggésnek, ahol viszont oksági kapcsolat állt fenn, az idősebb tanulók inkább elfogadták összefüggésként, mint a fiatalabbak (Bán, 1998).

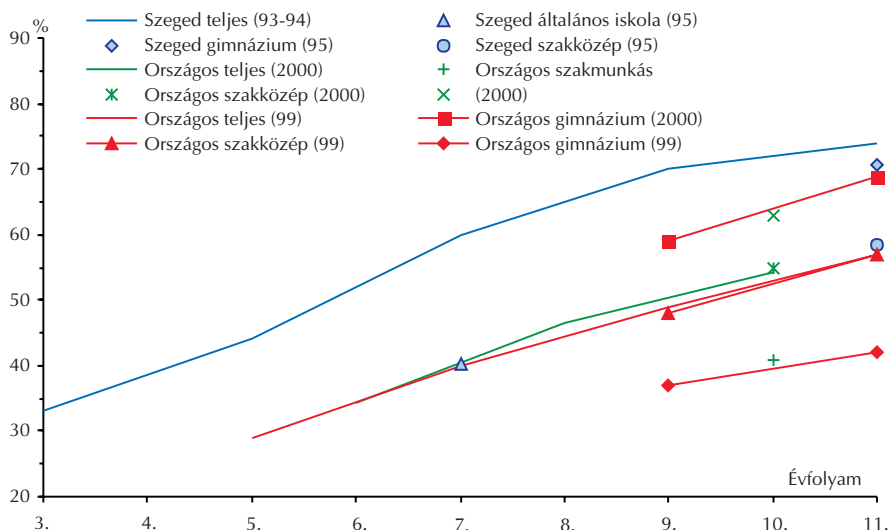
Az induktív gondolkodás fejlődése

Annak az induktív gondolkodás mérésére szolgáló tesztnek a kidolgozása, amely később több vizsgálatba is bekerült, az 1990-es évek elején indult. A teszt elkészítését elsősorban az motiválta, hogy szükség volt egy széles körben alkalmazható, egyszerűen felvehető, a tanulók általános értelmi fejlettségét jellemző mérőeszközre, és az iskolai kontextusban végzett mérésekre a rendelkezésre álló intelligenciatesztek alkalmatlannak bizonyultak. Az első nagyobb adatfelvételre 1993–94-ben került sor egy hat résztesztben (számok analógiája, szóbeli analógiák, számsorok, betűsorok, átkódolás és

kizárás) összesen 104 feladatot tartalmazó teszttel. A teljes teszt megfelelőnek bizonyult széles életkori intervallumban való alkalmazásra, reliabilitásmutatója (*Cronbach α*) 0,97-nek adódott, a *Raven-intelligenciateszt*tel 0,78 szinten korrelált (Csapó, 1994, 1997).

Az eredményeket felhasználva elkészült egy rövidebb tesztváltozat, amely már csak számsorokat, számanalógiákat és szóanalógiákat tartalmazott, összesen 58 feladatot. Reliabilitásmutatója a különböző vizsgálatokban tipikusan 0,94 volt. Ez az eredeti részletes tesztből a nehezebb feladatokat vette át, és elsősorban az 5–11. évfolyamok felmérésére volt alkalmas. A fiatalabbak számára a nehezebb feladatok kihagyásával és a betűsorok beemelásával egy könnyebb tesztváltozat is készült. Ez jól használható a 2–8. évfolyamok mérésére.

Az 58 feladatból álló teszt további kisebb, elsősorban a feladatok javítását érintő fejlesztésen ment keresztül, és számos későbbi vizsgálatba bekeverült. Néhány felmérés eredményét a 9.3. ábra szemlélteti.



9.3. ábra. Az induktív gondolkodás fejlődése a különböző vizsgálatok eredményei alapján (Forrás: Csapó, 2003, 146. o.)

Az ábrán (a „Szegeđ teljes (93–94)” jelöli) feltüntettük az eredeti 104 feladatból álló teszt eredményeit is. Mivel ez sok könnyű feladatot tartalmazott, a fejlődésgörbe a többi felett fut. Az iskolai tudás elemzésére szolgáló

programban az induktív gondolkodás teszt (a deduktív és a korrelatív gondolkodás teszt mellett) mérte az oktatás gondolkodásfejlesztő hatását (az ábrán „Szeged (95)”, szerepeltetve a részminták adatait is; Csapó, 1998b). Sor került 1999-ben egy országos reprezentatív mintákkal végzett keresztmetszeti fejlődésvizsgálatra (az ábrán „Országos (99)”; Csapó, 2001a). A középiskolai adatok iskolatípus szerinti felbontása azt mutatja, hogy nagy különbségek vannak a gimnáziumi, szakközépiskolás és szakmunkástanulók között. A nyelvtudás felmérésére 2000-ben került sor a 6., 8. és 10. évfolyamon, az induktív gondolkodás ekkor háttérváltozóként szolgált az elemzésekhez (az ábrán „Országos (2000)”; Csapó, 2001c). Ez lehetővé tette például annak megmutatását, hogy a fejlettebb induktív gondolkodással rendelkező diákok nagyobb arányban tanulnak angol nyelvet, mint németet, így a két nyelv tudása közötti különbségeket részben a tanulók értelmi fejlődése közötti különbséggel lehet magyarázni.

Két évvel később, 2000-ben sor került a nyelvtudásfelmérés megismétlésére a 6., 8. 10. és 12. évfolyamokon az előzővel azonos feltételek között (beleértve az induktív gondolkodás felmérését) és részben ugyanazokkal a tanulókkal. Így lehetőség nyílt az eredmények longitudinális összekapcsolására. Az elemzések azt mutatták, hogy az induktív gondolkodás fejlettsége jobban jelezheti előre a későbbi nyelvtudás szintjét, mint a nyelvtudás aktuális fejlettsége (Csapó és Nikolov, 2009). A *Szegedi Iskolai Longitudinális Program* (Csapó, 2007) keretében különböző életkorokban került sor az induktív gondolkodás teszt felvételére, így mind az értelmi képességek fejlődésének stabilitását, mind az induktív gondolkodás fejlettségének előrejelző erejét tanulmányozni lehet.

A különböző kutatási programok keretében sor került az induktív gondolkodás fejlettsége és a különböző háttérváltozók közötti összefüggések elemzésére is. Miként azt más vizsgálatok is kimutatták, a családi háttér erőteljesen befolyásolja a tanulók értelmi fejlődését. A nemzetközi felmérések szerint Magyarországon más országokkal összehasonlítva kevésbé érvényesül az iskola kiegyenlítő hatása, így a tanulók között a családi háttér befolyásából származó különbségek különösen nagyok. A 9.2. táblázat a tanulók eredményeit az anya iskolai végzettsége szerinti bontásban mutatja be.

9.2. táblázat. Az induktív gondolkodás teszt eredményei (%-ban) az anya iskolázottsága szerinti bontásban (Forrás: Csapó, 2003, 180. o.)

Az anya iskolai végzettsége	A felmért évfolyam						
	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
8 általános	20,6	26,0	31,5	37,1	41,2	48,8	50,3
Szakt munkás	26,9	30,9	36,3	42,2	44,4	49,8	52,1
Érettségi	31,2	36,7	43,6	48,6	50,5	56,2	57,8
Főiskola	33,7	38,7	46,2	52,9	55,4	59,9	63,7
Egyetem	33,5	42,2	49,8	54,1	60,4	61,2	67,1

Az általános iskolát és az egyetemet végzett anyák gyermekei között az 5. évfolyamon tapasztalható 13% körüli különbségek a 7. évfolyamra mintegy 17%-ra nőnek, majd később már ilyen mértékűek maradnak. Vannak azonban a különbségek között bizonyos átrendeződések. Kezdetben még az általános iskolát és szakt munkásképzőt végzett anyák gyermekei között nagyobbak a különbségek, a középiskola vége felé pedig már a főiskola-egyetem különbség is kimutathatóvá válik. Minden két-három év, amit az anyák iskolában töltenek, serdülőkorra átlagosan egy év előny jelent gyermekeik értelmi fejlődésében. Az egyetemet végzett anyák gyermekei *átlagosan* 7. évfolyamon érik el azt a szintet, amelyet az általános iskolát végzett anyák gyermekei csak a 11. évfolyamon.

A problémamegoldás felmérésének eredményei

A problémamegoldó gondolkodás iskolai kontextusban való felmérése az előzőekben tárgyalt képességekkel ellentétben alig egy évtizedes múltra tekinthet vissza. A 2000. év tavaszán tartotta első ülését a PISA problémamegoldás-szakértő csoportja, és ugyanebben az időben indították el szegedi kutatók egy új szemléletű problémamegoldás-tesztcsoomag kidolgozását. Ebben a részben áttekintjük a problémamegoldás terén végzett hazai és nemzetközi felméréseket. A magyar eredményeket nem a vizsgálatok szerinti csoportosításban, hanem különböző szempontok szerint szintetizálva mutatjuk be.

Magyarországi felmérések

A kutatások az alkalmazott tesztek, feladatok szerint alapvetően két csoportba sorolhatók: (1) különböző problémák megoldási képességének mérésére fókuszálnak (l. pl.: *Kontra*, 1996; *Revákné*, 2001; *Molnár*, 2001, 2006b), vagy (2) az iskolában elsajátított ismeretek alkalmazhatóságát, transzferálhatóságát mérik (pl. *Nagy*, 1973; *B. Németh*, 1998). Utóbbi kutatások közelebb állnak az amerikai értelmezésekhez és a kognitív pszichológia egyes ágainak felfogásához, melyek a problémamegoldást a tudás új helyzetekben való alkalmazásaként írják le. Ezek nem képezik a fejezet tárgyát, bemutatásukra a könyv egyéb, területspecifikus (matematika, természettudomány) fejezeteiben kerül sor.

Általános és középiskolás diákok problémamegoldó gondolkodásának felmérése eddig hat hazai nagymintás vizsgálatban szerepelt. Az első (*Kontra*, 1996) főképp matematikai természetű problémák megoldására irányult, az alkalmazott problémák közel álltak az iskolában is megszokott matematikai szöveges feladatokhoz. A problémamegoldás tantárgyakat átfogó, komplex, életszerű helyzetekben történő hazai vizsgálataira irányuló kutatások (*Molnár*, 2001, 2002, 2004a, 2006a) alapját képező problémamegoldás-modell közel áll az európai irányzatok szemléletmódjához (*Frensch és Funke*, 1995) és a PISA elméleti kereteihez. A legújabb kutatásokban pedig a számítógép-alapú mérés lehetőségeit kihasználva már előtérbe került a dinamikus problémák megoldási képességének vizsgálata.

Az életszerű helyzetekben való problémamegoldás vizsgálata során alkalmazott feladatok egy történetbe ágyazódnak be, amelyet minden egyes vizsgált korcsoportban (3–11. évfolyam) a diákokkal hasonló korú testvér mesél el. A tanulóknak ezeket a történet olvasása közben felmerülő problémákat kell megoldaniuk. A megoldandó problémák alapvetően három csoportba sorolhatóak: (1) problémák, amelyek megoldásához szükséges információt, ha nem is a megszokott iskolás formában, de tartalmazza a feladatlap; (2) problémák, amelyek megoldásához nem minden információt tartalmaz a feladatlap, de a probléma megoldásához szükséges információ a tananyag részét képezi; illetve (3) problémák, amelyeknek a megoldásához szükséges háttér-információk közismertek, azokkal a diákok a hétköznapi életben találkoznak. Formailag a feladatlapon két rész különül el. A bal oldali oszlop tartalmazza realisztikus formában (például: árfolyam, hirdetés, menetrend, kép, rajz) az információkat, a jobb oldali oszlop pedig a történetet és az események kapcsán felmerülő problémákat.

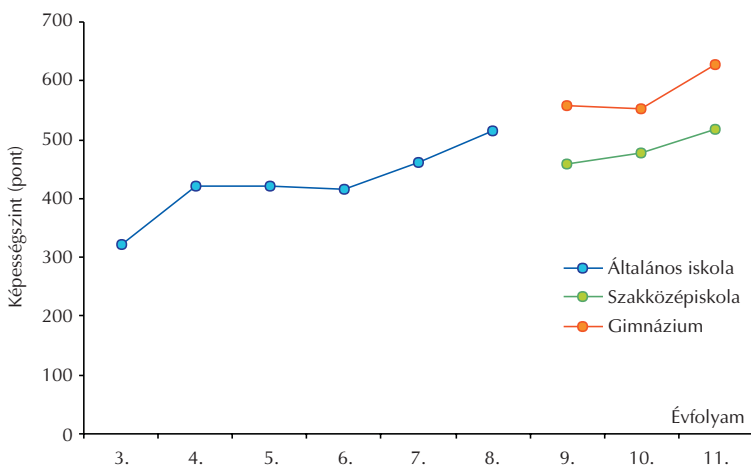
Az életszerű helyzetben történő problémamegoldással kapcsolatos hazai nagymintás vizsgálatok fókuszja az évek alatt változott. Kezdetben a kontextus problémamegoldásban játszott szerepén (Molnár, 2001), majd a problémamegoldó gondolkodás fejlődési tendenciáinak felrajzolásán (Molnár, 2002), ezt követően a problémamegoldás különböző dimenzióinak azonosításán volt a hangsúly. Az első és az utolsó adatfelvétel között közel tíz év telt el. Az első felmérésre 3–11. évfolyamos reprezentatív minta bevonásával (Molnár, 2003a, 2003b, 2006a), a másodikra két évvel később 3–8. évfolyamos diákok körében került sor (Molnár, 2004a). A harmadik adatfelvétel során két évvel később egyrészt egy longitudinális követés (a korábbi 5. évfolyamos diákokkal) valósult meg, másrészt 7. és 11. évfolyamos reprezentatív minta felmérésére került sor (Molnár, 2006b). A negyedik adatfelvételben 7. évfolyamos diákok életszerű helyzetekben történő problémamegoldó gondolkodásának vizsgálata szerepelt más tesztekkel együtt a szegedi longitudinális kutatások keretében (Csapó, 2007). Végül, a 2011-ben indult összetett vizsgálatok lehetőséget biztosítottak a statikus és dinamikus problémamegoldó környezetben való viselkedés összehasonlítására, az intelligencia és az induktív gondolkodás teljesítménybefolyásoló szerepének azonosítására. A különböző felmérésekbe bevont diákok együttes száma meghaladja a 25 000-t.

A kontextus problémamegoldásban játszott szerepének fontosságát (Molnár, 2003b, 2006b) alátámasztották a 2004-ben végzett felmérés eredményei, miszerint átlagosan 10-15 százalékos teljesítménykülönbség figyelhető meg minden évfolyamon az egymással analóg *explicit* (a feladatok lényeges elemeit közvetlenül megadó) és *életszerű* feladatok megoldottságában (Molnár, 2004a, b). Az eredmények szerint a diákok kevésbé tudják életszerű helyzetben alkalmazni az iskolában tanultakat, hajlamosak a gondolkodással, becsléssel is megoldható problémák túlbonyolítására, erős bennük a formalizálási kényszer, a begyakorolt eljárásokhoz való ragaszkodás (Molnár, 2006a, 2006b).

A kontextusfüggőség mellett jelentkező másik fő ok nem abban rejlik, hogy a diákok nem ismerik a problémák megoldásához szükséges tudományos, jelen esetben matematikai formulákat, eszközöket, hanem nehézséget okoz számukra a valódi probléma, a megoldandó kérdés azonosítása és a szükséges és elégséges információk összegyűjtése – főképpen akkor, ha azok nem egy helyen, hanem különböző, esetleg más típusú forrásokban adóttak. Minél több információt kell összegyűjteniük, és azok minél több

megjelenési formában és helyen található, annál kisebb a helyes megoldás valószínűsége. Több esetben a figyelem, az olvasási képesség, az értő olvasás alacsonyabb szintje jelenthette a nehézséget.

A vizsgálatok alapján megállapítható, hogy az általános iskola időtartama alatt a 4–6. évfolyamokon nem mutatható ki különbség, a többi évfolyamokon jelentős fejlődést figyelhetünk meg (Molnár, 2004b, 2006b). A fejlődés nem egyenletes, a 3–4. évfolyam között, illetve felső tagozaton jelentősebb mértékű (9.4. ábra).

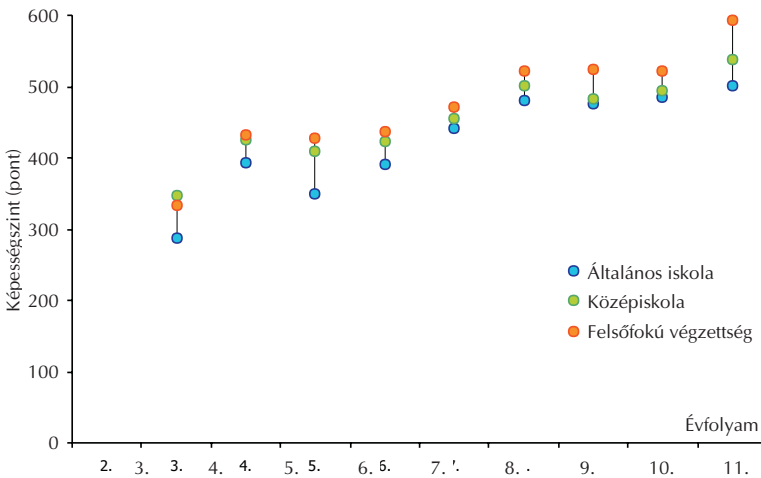


9.4. ábra. A problémamegoldó gondolkodás fejlődése iskolatípusonkénti bontásban (9. évfolyamos diákok átlagos teljesítménye 500, szórása 100 pont. Adatok forrása: Molnár és Csapó, 2007)

A felső tagozatos diákok egyre jobbak a szükséges adatok szortírozásában és az összetettebb problémák megoldásában. A matematikai természetű problémák megoldásában tapasztalhatjuk a legnagyobb fejlődést, azon belül is főképpen azokon a területeken, amelyek előfordulása a leggyakoribb matematikaórán (törtek összehasonlítása, egyszerű szöveges feladatok megoldása stb.).

A részletesebb elemzések a diákok közötti jelentős, többéves fejlődésnek megfelelő mértékű különbségre utalnak. A 8. évfolyam utáni szelekció következtében még jelentősebb különbségek jönnek létre az egyes iskolatípusokban tanuló diákok teljesítménye között. A szakközépiskolák 11. évfolyamos tanulói nem érik el a gimnazista 9. évfolyamosok teljesítményét (Molnár, 2006a, b).

Háttérváltozók tekintetében az olvasás és az induktív gondolkodás fejlettségének szerepe bizonyult a leginkább előrejelző tényezőnek, míg az iskolai jegyek kevésbé tükrözik az iskolában elsajátított ismeretek alkalmazási képességét. A nemek közötti különbségek – a lányok előnyét mutatva – először az általános iskola 8. évfolyamán jelennek meg, majd középiskola 10–11. évfolyamán már egyértelmű a fiúk problémamegoldó képességének magasabb fejlettségi szintje. A középiskola folyamán egyre csökken a nemeken belüli és egyre nő a nemek közti különbség mértéke. A diákok gondolkodásának fejlettségét bizonyos mértékig meghatározó családi háttér szerepe nem bizonyult jelentősnek. A korábbi, más területeken végzett mérésekkel ellentétben az alsóbb évfolyamosok problémamegoldó képességét kevésbé, az idősebbeket inkább befolyásolja szüleik iskolai végzettsége (9.5. ábra). A diákok iskolai jegyei közül a vártnál alacsonyabb a matematikajegy előrejelző hatása. Nem tükrözi azt a szerepet, amit például a többségben matematikai eszközökkel megoldható problémák megoldása során elvárnánk.

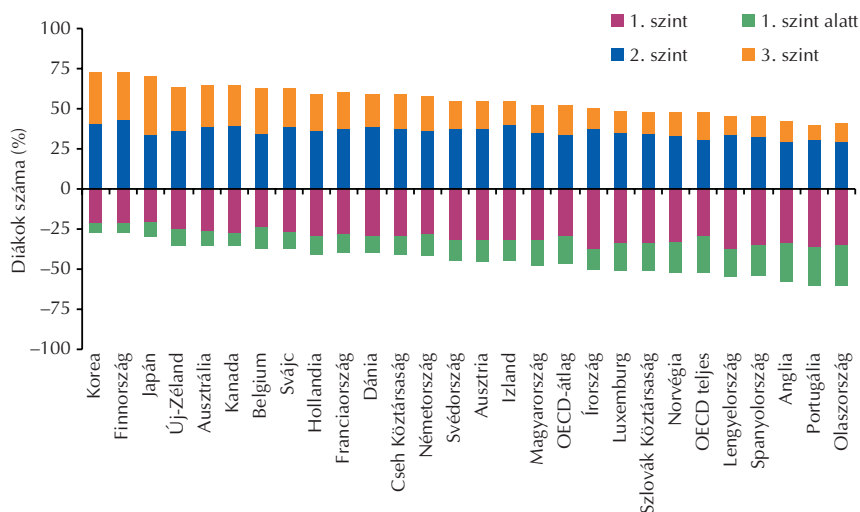


9.5. ábra. Évfolyamonkénti átlagos képességszintek alakulása a szülők iskolai végzettsége szerint (Adatok forrása: Molnár és Korom, 2010)

A problémamegoldás felmérése a 2003-as PISA-vizsgálatban

A tantárgyakat átfogó, tantervi keretek közé nem sorolható kompetenciák felmérése között a PISA-mérések sorozatában az első a komplex problémamegoldás volt 2003-ban. A tesztek problémáinak csak egy része volt köthető iskolában tanult ismeretekhez, képességekhez (Csapó, 2005; Molnár, 2006c). A magyar 15 éves diákok átlagteljesítménye a PISA 2003-as vizsgálat problémamegoldó moduljában 501 pont volt, ami nem különbözött szignifikánsan az OECD-átlagtól (500 pont). Nemzetközi viszonylatban ez a részt vevő 40 ország között a 15–19. helyet jelentette.

A PISA-felmérés a problémamegoldás tekintetében négy fejlettségi szintet különböztetett meg. A diákok legnagyobb része első, illetve második szintű problémamegoldónak bizonyult, és közel azonos arányban (kb. 18%, illetve 17%) voltak a harmadik szinten vagy az első szint alatt teljesítők. Az OECD-országok eredményeit szintenkénti bontásban a 9.6. ábra mutatja be.

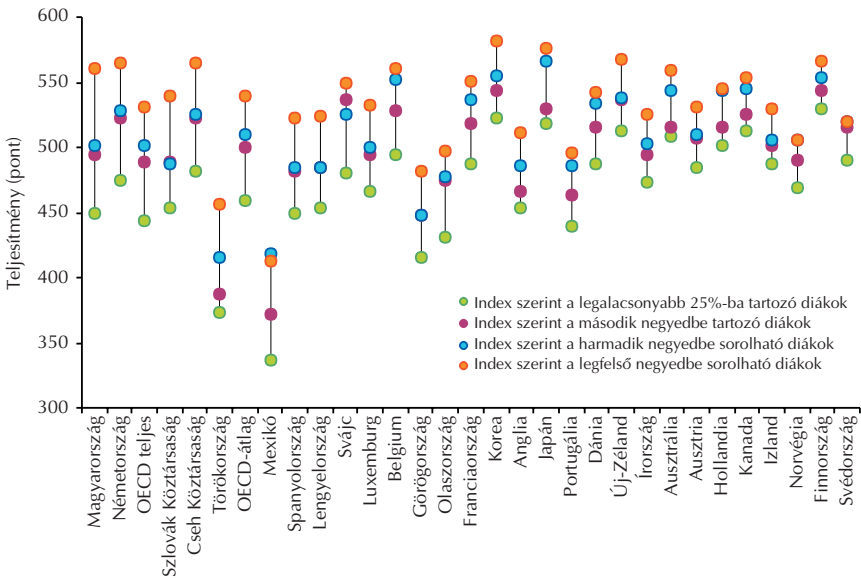


9.6. ábra. A problémamegoldó gondolkodás átlagos fejlettségi szintjében lévő különbségek országokénti bontásban (Forrás: OECD, 2004)

A felmérésben részt vevő országok között nincs olyan ország, amelynek diákjai között többségben lennének a harmadik szintű problémamegoldók, bár Finnország, Japán, Korea és Hongkong-Kína diákjainak legalább 30%-a meg-

foltolt, jól kommunikáló problémamegoldó, átlagos teljesítményük 50 ponttal megelőzi az OECD-országok átlagos teljesítményét (Molnár, 2006c).

Öt országban bizonyultak szignifikánsan jobb problémamegoldónak a lányok, egy országban a fiúk, a többi országban – így Magyarországon is – nincs szignifikáns különbség a fiúk és lányok problémamegoldó teljesítményében. Az első szint alatt teljesítők között több a fiú, míg a kiemelkedően jók, a harmadik szinten teljesítők körében a lányok vannak többségben (OECD, 2004).



9.7. ábra. A problémamegoldó gondolkodás átlagos fejlettségi szintjében lévő különbségek országonkénti bontásban (Forrás: OECD, 2004)

A gazdasági-társadalmi tényezők és a szülők iskolai végzettsége alapján képzett indexek és a teljesítmények kapcsolata országonként változik. Magyarország azon országok közé tartozik, ahol a diákok teljesítményét jelentős mértékben meghatározza a családi háttér, e tekintetben a lista élén helyezkedünk el. Az alacsony társadalmi-gazdasági indexszel rendelkező diákok átlagosan első szintű problémamegoldónak bizonyultak, ugyanez mondható el a kulturális és a szülők iskolai végzettsége alapján képzett index és a teljesítmények viszonyáról. Az alacsonyabb iskolai végzettségű

szülők gyerekeinek átlagos teljesítménye egyszintnyi távolságban van a legmagasabb iskolai végzettségű szülők gyerekeinek átlagteljesítményétől (9.7. ábra). Hasonló jelenséget tapasztalunk a klasszikus kultúrához való hozzájárulás (például van-e otthon szépirodalmi könyv, verseskötet, művészeti könyv) és a problémamegoldó képesség fejlettsége között.

A PISA keretein belül a következő komplex problémamegoldó gondolkodás felmérése 2012-ben lesz. A számítógép-alapú dinamikus problémamegoldás olyan feladatokat tartalmaz, melynek során a tanulók interakcióba lépnek a modellezett rendszerrel, megfigyelik annak viselkedését, majd az így megszerzett tudást alkalmazzák a kitűzött feladatok megoldására, a rendszer bizonyos állapotainak elérésére (OECD, 2010). A dinamikus feladatok jól modellezik a modern társadalmakban felmerülő problémákat, melyekben teljesen új helyzetekben kell a megoldást megtalálni, amikor nem áll rendelkezésre előzetes tudás, a probléma megoldásához szükséges információkat a megoldás folyamatában kell megszerezni. A munka világában előforduló problémákat tipikusan nem elszigetelt egyének, hanem csoportok oldják meg. Ezt a helyzetet fogja modellezni a PISA keretében 2015-re tervezett technológiai alapú kollaboratív problémamegoldás-felmérés.

Összegzés

A fejezetben áttekintettük a tantárgyakhoz nem kötődő készségek és általános képességek felmérésének elméleti kereteit, majd bemutattuk a kapcsolódó empirikus vizsgálatok eredményeit. A gondolkodás képességeit, az általános értelmi képességeket többféle módon lehet rendszerezni, a fejezetben azonban csak azokat rendeztük három fő csoportba, amelyekről rendelkezünk magyarországi mérési eredményekkel. Először a gondolkodási műveletekkel, azt követően az induktív gondolkodással, végül a problémamegoldó gondolkodással kapcsolatos főbb hazai és nemzetközi kutatások eredményeit tekintettük át.

A gondolkodás műveleti képességeinek vizsgálatai az 1980-as években indultak. A vizsgálatok célja a műveletrendszer szerkezetének, összefüggéseinek feltárása és az életkori jellemzők elemzése volt. Az eredmények rávilágítottak arra, hogy a műveleti képességek még a középiskola vége felé sem érik el a teljes fejlettséget, a fejlődés a középiskolai évek után is folytatódhat.

A hazánkban széles körben ismert és számos kutatásban alkalmazott induktív gondolkodás teszt kidolgozása az 1990-es évek elején indult. Az évek során különböző vizsgálatok keretében összegyűjtött adatok lehetőséget teremtettek az induktív gondolkodás szerepének elemzésére, a fejlődés folyamatának, stabilitásának tanulmányozására. A kutatások egybehangzó eredményei szerint a családi háttér erőteljesen befolyásolja a tanulók értelmi fejlődését, amit az iskolarendszer nem egyenlít ki. Az egyetemet végzett anyák gyermekei átlagosan hetedik évfolyamra érik el azt a képességszintet, amelyet az általános iskolát végzett anyák gyermekei csak a tizenegyedik évfolyamra.

A problémamegoldó gondolkodás hazai, papír-ceruza tesztekkel történő vizsgálatai az ezredforduló után indultak el. Kezdetben a kontextus problémamegoldásban játszott szerepére, majd a problémamegoldó gondolkodás fejlődési tendenciáinak felrajzolására, ezt követően a problémamegoldás különböző dimenzióinak azonosítására helyeződött a hangsúly. Az eredmények szerint átlagosan 10-15 százalékkal jobban teljesítenek a diákok, ha egy problémát a tanórán megszokott szövegkörnyezetben kell megoldaniuk, mint ha ugyanazt életszerű helyzetben teszik. Hasonlóan a művelési képességekhez és az induktív gondolkodáshoz, a problémamegoldó gondolkodás terén is többéves fejlettségbeli különbség van az azonos korú diákok között, amelyet tovább növel a nyolcadik évfolyam utáni szelekció. A gimnazisták általános gondolkodási képességének fejlettségi szintje éveken megelőzi a középiskolás kortársaikét, miközben egyre nő a két iskolatípusban tanuló diákok közti különbség, erősödik a polarizáció. A művelési képességekkel és az induktív gondolkodással ellentétben az alsóbb évfolyamosok problémamegoldó gondolkodásának fejlettségét kevésbé, az idősebbekét inkább befolyásolja szüleik iskolai végzettsége.

Az PISA problémamegoldó gondolkodás vizsgálatában a magyar tanulók az OECD-átlagnak megfelelő szinten teljesítettek. Miként a PISA-felmérések másik területein, itt is tapasztalható volt, hogy a diákok teljesítményét jelentős mértékben, más országokénál erőteljesebben meghatározza a családi-társadalmi háttér, mindenekelőtt szüleik iskolai végzettsége.

A gondolkodási készségek és képességek empirikus vizsgálata terén is jelentkezik az a tendencia, miszerint a papír-ceruza tesztek fokozatosan felváltják a számítógép-alapú tesztek. A problémamegoldás terén azonban nemcsak arról van szó, hogy a korábban papíron megoldott tesztek átkerülnek számítógépre, hanem az új technológia olyan képességek mérését is le-

hetővé teszi, amelyek felmérésére papíralapú tesztekkel nem volt lehetőség. A modern társadalmakban a tárgyi tudás mellett mind nagyobb szerepet játszanak a szélesebb körben alkalmazható, az újszerű helyzetekben való hatékony tevékenységekhez szükséges kompetenciák, ezért várhatóan mind nagyobb szerepe lesz azoknak a felméréseknek, amelyek meg tudják mutatni, milyen hatékony az iskola az értelmi képességek fejlesztése terén.

Irodalom

- Adey, P. (1999): Gondolkodtató természettudomány. *Iskolakultúra*, **9**. 10. sz. 33–45.
- Adey, P., Csapó, B., Demteriou, A., Hautamäki, J. és Shayer, M. (2007): Can we be intelligent about intelligence? Why education needs the concept of plastic general ability. *Educational Research Review*, **2**. 2. sz. 75–97.
- Adey, P. és Shayer, M. (1993): An exploration of long-term far-transfer effects following an extended intervention programme in the high school science curriculum. *Cognition and Instruction*, **11**. 1. sz. 1–29.
- Adey, P. és Shayer, M. (1994): *Really raising standards. A cognitive intervention and academic achievement*. Routledge, London.
- Adey, P., Shayer, M. és Yates, C. (2001): *Thinking Science: The curriculum materials of the CASE project* (3. kiad.). Nelson Thornes, London.
- Ambrus András (2002): A problémamegoldás tanításának elméleti alapjai. *Új Pedagógiai Szemle*, **52**. 10. sz. 157–170.
- B. Németh Mária (1998): Az iskolai és hasznosítható tudás: a természettudományos ismeretek alkalmazása. In: Csapó Benő (szerk.): *Iskolai tudás*. Második kiadás. Osiris Kiadó, Budapest. 115–138.
- Bán Sándor (1998): Gondolkodás a bizonytalanról: valószínűségi és korrelatív gondolkodás. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest. 221–250.
- Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., Miller-Ricci, M. és Rumble, M. (2011): Defining twenty-first century skills. In: Griffin, P., McGaw, B. Care, E. (szerk.): *Assessment and teaching of 21st century skills*. Springer, New York. 17–66.
- Boyera, T. W., Levine, S. C. és Huttenlocher, J. (2008): Development of proportional reasoning: Where young children go wrong. *Developmental Psychology*, **44**. 5. sz. 1478–1490.
- Carroll, J. B. (1993): *Human cognitive abilities. A survey of factor-analytic studies*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Csapó Benő (1983): A kombinatív képesség és műveleteinek vizsgálata 14 éves tanulónál. *Magyar Pedagógia*, **83**. 1. sz. 31–50.
- Csapó Benő (1987): A gondolkodás fejlesztése az iskolai tantárgyak keretében. *Pedagógiai Szemle*, 7–8. sz. 652–660.
- Csapó Benő (1988): *A kombinatív képesség struktúrája és fejlődése*. Akadémiai Kiadó, Budapest.

- Csapó Benő (1991): A gondolkodás műveleti képességeinek fejlesztése – A kísérlet eredményei. *Új Pedagógiai Szemle*, 4. sz. 31–40.
- Csapó Benő (1994): Az induktív gondolkodás fejlődése. *Magyar Pedagógia*, 94. 1–2. sz. 53–80.
- Csapó, B. (1997): Development of inductive reasoning: Cross-sectional measurements in an educational context. *International Journal of Behavioral Development*, 20. 4. sz. 609–626.
- Csapó Benő (szerk., 1998a): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Csapó Benő (1998b): Az új tudás képződésének az eszköze: az induktív gondolkodás. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest. 251–280.
- Csapó Benő (2001a): Az induktív gondolkodás fejlődésének elemzése országos reprezentatív minták alapján. *Magyar Pedagógia*, 101. 3. sz. 373–391.
- Csapó Benő (2001b): A kombinatív képesség fejlődésének elemzése országos reprezentatív felmérés alapján. *Magyar Pedagógia*, 101. 4. sz. 511–530.
- Csapó Benő (2001c): A nyelvtudást és a nyelvtanulást befolyásoló tényezők. *Iskolakultúra*, 8. sz. 25–35.
- Csapó Benő (2003): *A képességek fejlődése és iskolai fejlesztése*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Csapó Benő (2005): A komplex problémamegoldás a PISA 2003 vizsgálatban. *Új Pedagógiai Szemle*, 3. sz. 43–52.
- Csapó Benő (2007): Hosszmetzeti felmérések iskolai kontextusban – az első átfogó magyar iskolai longitudinális kutatási program elméleti és módszertani keretei. *Magyar Pedagógia*, 107. 4. sz.
- Csapó, B. és Nikolov, M. (2009): The cognitive contribution to the development of proficiency in a foreign language. *Learning and Individual Differences*, 19. 2. sz. 209–218.
- Csirikné Czachesz Erzsébet (1986): Gondolkodási stratégiák 14 éves tanulók nyelvlogikai műveleteiben. *Magyar Pedagógia*, 1. sz. 62–76.
- Dienes Zoltán (1973): *Építsük fel a matematikát*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Frensch, P. A. és Funke, J. (1995): Definitions, traditions and a general framework for understanding complex problem solving. In: Frensch, P. A. és Funke, J. (szerk.): *Complex problem solving. The European perspective*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Hillsdale, New Jersey. 3–25.
- Hajduné Holló Katalin (2004): Az elemi kombinatív képesség fejlődésének kritériumorientált diagnosztikus feltárása 4–8 évesek körében. *Magyar Pedagógia*, 104. 3. sz. 263–292.
- Hamers, J. H. M., de Koning, E. és Sijtsma, K. (1998): Inductive reasoning in third grade: Intervention promises and constraints. *Contemporary Educational Psychology*, 23. 2. sz. 132–148.
- Inhelder, B. és Piaget, J. (1967): *A gyermek logikájától az ifjú logikáig*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Kishta, M. A. (1979): Proportional and combinatorial reasoning in two cultures. *Journal of Research in Science Teaching*, 16. 5. sz. 439–443.

- Klauer, K. J. (1987): Induktives Denken, analytische Lösungsstrategie und Intelligenz: Ergebnisse zweier Trainingsstudien. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, **19**, 325–339.
- Klauer, K. J. (1990a): A process theory of inductive reasoning tested by the teaching of domain-specific thinking strategies. *European Journal of Psychology of Education*, **5**, 2. sz. 191–206.
- Klauer, K. J. (1990b): Paradigmatic teaching of inductive thinking. In: Mandl, H., DeCorte, E., Bennett, S. N., és Friedrich, H. F. (szerk.): *Learning and Instruction. European research in an international context. Vol. 2.2. Analysis of complex skills and complex knowledge domains*. Pergamon Press, Oxford. 23–45.
- Klauer, K. J. (1992): Teaching inductive thinking to highly able children. *European Journal for High Ability*, **5**, 191–206.
- Klauer, K. J. (1996): Teaching inductive reasoning. Some theories and three experimental studies. *Learning and Instruction*, **6**, 37–57.
- Klauer, K. J. (2001): Training des induktiven Denkens. In: Klauer, K. J. (szerk.): *Handbuch Kognitives Training*. Hogrefe, Göttingen. 165–209.
- Klauer, K. J. és Phye, G. D. (2008): Inductive reasoning: A training approach. *Review of Educational Research*, **78**, 1. sz. 85–123.
- Klauer, K. J., Willmes, K. és Phye, G. D. (2002): Inducing inductive reasoning: Does it transfer to fluid intelligence? *Contemporary Educational Psychology*, **27**, 1–25.
- Kontra József (1996): A probléma és problémamegoldás. *Magyar Pedagógia*, **96**, 4. sz. 341–365.
- Korom Erzsébet (2005): *Fogalmi fejlődés és fogalmi váltás*. Műszaki Kiadó, Budapest.
- Kuhn, D., Phelps, E. és Walters, J. (1985): Correlational reasoning in an everyday context. *Journal of Applied Developmental Psychology*, **6**, 1. sz. 85–97.
- Lénárd Ferenc (1987): *A problémamegoldó gondolkodás* (6. kiadás). Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Lawson, A. E., Karplus, R. és Adi, H. (1978): The acquisition of propositional logic and formal operational schemata during the secondary school years. *Journal of Research in Science Teaching*, **15**, 6. sz. 465–478.
- Lawson, A. E., Adi, H. és Karplus, R. (1979): Development of correlational reasoning in secondary schools: Do biology courses make a difference? *American Biology Teacher*, **41**, 7. sz. 420–425.
- Molnár Gyöngyvér (2001): A tudás alkalmazása új helyzetben. *Iskolakultúra*, **11**, 10. sz. 15–25.
- Molnár Gyöngyvér (2002): Komplex problémamegoldás vizsgálata 9–17 évesek körében. *Magyar Pedagógia*, **102**, 2. sz. 231–264.
- Molnár Gyöngyvér (2003a): Az ismeretek alkalmazásának vizsgálata modern tesztelméleti (IRT) eszközökkel. *Magyar Pedagógia*, **103**, 4. sz. 423–446.
- Molnár Gyöngyvér (2003b): A komplex problémamegoldó képesség fejlettségét jelző tényezők. *Magyar Pedagógia*, **103**, 1. sz. 81–118.
- Molnár Gyöngyvér (2004a): Hátrányos helyzetű diákok problémamegoldó gondolkodásának fejlettsége. *Magyar Pedagógia*, **104**, 3. sz. 319–338.

- Molnár Gyöngyvér (2004b): Az iskolai és az alkalmazható tudás kettőssége. *Iskolakultúra*, **14**, 8. sz. 21–31.
- Molnár Gyöngyvér (2006a): *Tudástranszfer és komplex problémamegoldás*. Műszaki Kiadó, Budapest.
- Molnár Gyöngyvér (2006b): Az ismeretek alkalmazhatóságának korlátai: komplex problémamegoldó gondolkodás fejlettsége 7. és 11. évfolyamon. *Magyar Pedagógia*, **106**, 4. sz. 329–344.
- Molnár Gyöngyvér (2006c): A tudáskonceptió változása és annak megjelenése a PISA 2003 vizsgálat komplex problémamegoldás moduljában. *Új Pedagógiai Szemle*, 1. sz. 75–86.
- Molnár, Gy. (2011): Playful fostering of 6- to 8-year-old students' inductive reasoning. *Thinking Skills and Creativity*, **6**, 2. sz. 91–99.
- Molnár Gyöngyvér és Csapó Benő (2003): A képességek fejlődésének logisztikus modellje. *Iskolakultúra*, 2. sz. 57–69.
- Molnár, Gy. és Csapó, B. (2007): Constructing complex problem solving competency scales by IRT models using data of different age groups. 12th Biennial Conference of EARLI 2007, Budapest, Hungary, August 28–September 1, 2007.
- Molnár Gyöngyvér és Korom Erzsébet (2010): A problémamegoldó gondolkodás fejlődése keresztmetszeti és longitudinális vizsgálatok fényében. VIII. Pedagógiai Értékelési Konferencia. Szeged, 2010. április 16–17. 49.
- Nagy József (1987): *A rendszerezési képesség kialakulása*. Gondolkodási műveletek. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Nagy József (2000): Összefüggés-megértés. *Magyar Pedagógia*, **100**, 2. sz. 141–185.
- Nagy József (2003): A rendszerező képesség fejlődésének kritériumorientált feltárása. *Magyar Pedagógia*, **103**, 3. 269–314.
- Nagy József (2004): Az elemi kombinatív képesség kialakulásának kritériumorientált diagnosztikus feltárása. *Iskolakultúra*, **14**, 8. sz. 3–20.
- Nagy László (1973): Az ismeretek aktualizálásának kísérleti vizsgálata. *Magyar Pszichológiai Szemle*, **30**, 1–2. sz. 155–168.
- Nagy Lászlóné (2000): Analógiák és az analogikus gondolkodás a kognitív tudományok eredményeinek tükrében. *Magyar Pedagógia*, **100**, 3. sz. 275–302.
- Nagy Lászlóné (2006): *Az analógiás gondolkodás fejlesztése*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest.
- Newell, A. és Simon, H. A. (1972): *Human problem solving*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- OECD (2003): *The OECD 2003 assessment framework. Mathematics, reading, science and problem solving*. OECD, Paris.
- OECD (2004): *Problem solving for tomorrow's World. First measures of cross-curricular competencies from PISA 2003*. OECD, Paris.
- OECD (2010): PISA 2012 problem solving framework (draft for filed trial). OECD, Paris.
- Piaget, J. (1993): *Az értelem pszichológiája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Piaget, J. és Inhelder, B. (1975): *The origin of the idea of chance in children*. Routledge and Kegan Paul, London.
- Piaget, J. és Inhelder, B. (1976): *The child's conception of space*. Routledge and Kegan Paul, London.

- Piaget, J. (1970): *Válogatott tanulmányok*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Pólya György (1988): *Indukció és analógia. A matematikai gondolkodás művészete*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Pólya György (1969): *A gondolkodás iskolája*. Gondolat Kiadó, Budapest.
- Pólya György (1978): *A problémamegoldás iskolája*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Revákne Markóczi Ibolya (2001): A problémamegoldó gondolkodást befolyásoló tényezők. *Magyar Pedagógia*, **101**. 3. sz. 267–284.
- Ross, J. A. és J. Cousins, B. (1993): Enhancing secondary school students' acquisition of correlational reasoning skills. *Research in Science & Technological Education*, **11**. 2. sz. 191–205.
- Salamon Jenő (1972): A gondolkodás rugalmasságának fejlesztésére irányuló alsó tagozatos számtanítási kísérlet hatása a gyakorlati problémamegoldás fejlődésére. *Magyar Pszichológiai Szemle*, **29**. 1. sz. 1–11.
- Schröder, E., Bödeker, K., Edelstein, W. és Teo, T. (2000): *Proportional, combinatorial, and correlational reasoning. A manual including measurement procedures and descriptive analyses. Study „Individual Development and Social Structure”*. Data Handbooks Part 4. Max Planck Institute for Human Development, Berlin.
- Vidákovich Tibor (1989a): A logikai műveleti alapképességek diagnosztikus értékelése. *Változó Pedagógia*. 2. Békéscsaba. 32–45.
- Vidákovich Tibor (1989b): Klasszikus vagy releváns logika szerint következtetnek-e a 14 évesek? *Acta Univ. Szeg. de A. J. nom. Sectio Paed. et Psych.*, **31**. 105–115.
- Vidákovich Tibor (1990): *Diagnosztikus pedagógiai értékelés*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Vidákovich Tibor (1998): Tudományos és hétköznapi logika: a tanulók deduktív gondolkodása. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai tudás*. Osiris Kiadó, Budapest. 191–220.

