Pszichológia 1987, (7), 4, 521–544

CSAPÓ BENŐ, CSIRIKNÉ CZACHESZ ERZSÉBET, VIDÁKOVICH TIBOR
József Attila Tudományegyetem, Pedagógiai Tanszék, Szeged

A NYELVI-LOGIKAI MŰVELETRENDSZER FEJLETTSÉGE 14 ÉVES KORBAN

Bevezetés

Nyelvi megnyilvánulásaink során az elemi kijelentéseket nyelvi-logikai műveletekkel kapcsoljuk össze bonyolultabb kijelentésekké. Valamilyen színvonalon mindenkiben kialakulnak ezek a műveletek, aki a nyelvet elsajátítja. A műveletrendszer fejlettségétől függően szóban vagy írásban különböző bonyolultságú kijelentéseket alkothatunk. Az összetett kijelentések csak akkor töltik be kommunikatív funkciójukat, ha azokat az üzenet létrehozója és címzettje(i) azonos módon értelmezik, vagyis azonos módon rendelik hozzá a kijelentésekhez az igazságértékeket. A tudományos igényű fogalmazás a formális logika szabályait követi, és többé-kevésbé ehhez igazodik a művelt köznyelv is. Ami azonban az egyéneket illeti, életkortól, fejlettségtől, iskolázottságtól, műveltségtől függően logikai műveleteik rendszere különböző lehet, és nagymértékben eltérhet a formális logika konvencióitól.

Az iskolai tanulás szempontjából alapvető fontosságú annak ismerete, hogy a különböző életkorú tanulók milyen műveleteket, illetve milyen összetételeket értenek meg. A tankönyvek szövege meglehetősen bonyolult, így a tanulás eredményét jelentősen befolyásolhatja a nyelvi-logikai műveletrendszer fejlettsége.

A JATE Pedagógiai Tanszékén 1979 óta végzünk különböző vizsgálatokat a műveleti képességek struktúrájának és fejlődésének leírása érdekében. A kutatás három részterülete a nyelvi-logikai (CSIRIKNÉ, 1986), a kombinatív (CSAPÓ, 1983) és a rendszerezési (NAGY, 1986) képességeket foglalja magába. Felméréseink eddig három életkori mintára terjedtek ki: a 10, 14 és 17 évesekre. A nyelvi-logikai műveleti képesség fejlettségének mérésére kidolgozott tesztek a kijelentéslogikai műveleteket és a következtetési formákat verbális tartalommal vizsgálják.

Az adatfeldolgozás első fázisában felvázoltuk a fejlődési trendeket és többváltozós statisztikai eljárásokkal elemeztük a műveletek belső szerkezetét és a fejlődésükre ható tényezőket. A jelenlegi fázisban az adatok mélyebb elemzését végezzük el, melynek során *a logikai műveletek működését, a gondolkodás minőségi különbségeit kívánjuk felderíteni.* Ehhez olyan módszert választottunk, amellyel nem csak azt tudjuk megállapítani, hogy a tanulók a formális logika szabályai szerint értelmezik-e az összetett kijelentéseket, hanem azt is elemezhetjük, hogy milyen irányban térnek el azoktól. Rekonstruálhatjuk, hogy az összetett kijelentéseknek mi a valódi jelentése a tanulók számára, valójában milyen műveletként értelmezik az egyes összetételeket.

A logikai műveletek fejlődése a gondolkodáslélektan leginkább kutatott területei közé tartozik, ezért itt még az eredmények vázlatos áttekintésére sem vállalkozhatunk, csupán a fontosabb tendenciákat idézhetjük fel.

A logikus gondolkodás empirikus vizsgálatában két fő tradíció figyelhető meg (FALMAGNE, 1975). Az egyik a Piaget-iskola hagyományait követve a struktúrák fejlődésére helyezi a hangsúlyt. A kísérleti személyek gondolkodása tárgyakkal végzett tevékenységhez kapcsolódik (PIAGET, 1967). A másik megközelítés a gondolkodás logikáját a verbális kijelentések logikai szerkezetén keresztül elemzi.

Piaget kognitív elméletének legjellemzőbb vonása a szigorú matematikai háttér. Feltételezése szerint a logikai gondolkodás fejlődésének utolsó stádiumát, a formális szint elérését a 16 kétváltozós művelet megjelenése és egybeszerveződése jelenti. Az egybeszerveződést két algebrai struktúra, a csoport (az ún. INRC-csoport) és a háló kialakulásával jellemzi. A matematikai háttérrel kapcsolatos viták oka többnyire a meg nem értés és a félreértés volt, matematikusok és a matematikát mélyebben ismerő elméleti pszichológusok időről időre kiállnak a modell érvényessége mellett (ASCHER, 1984). Ami Piaget kísérleti eredményeit illeti, néhány megállapítása széles körben vitatott (MODGIL és MODGIL, 1982), közülük sokat felülvizsgáltak jobban kontrollált kísérletekkel (FLAVELL, 1974; FELDMAN, 1975; GINSBURG és OPPER, 1975).

A magunk részéről Piaget elméleti koncepciójával lényegében egyetértünk, kísérleti technikáját azonban nem tartjuk kielégítőnek, mivel a kísérleti személyek kijelentéseinek interpretációja sok esetben önkényesnek tűnik, továbbá nem számol az azonos életkorú csoportokon belüli varianciával. Ha viszont feltételezzük az életkori csoportokon belüli jelentős eltéréseket (vizsgálataink ezt a feltevést egyértelműen igazolták), akkor Piaget eredményei statisztikai szempontból nem megbízhatóak.

A gondolkodást a nyelvben, a kijelentésekben megnyilvánuló logikán keresztül megközelítő vizsgálatoknak hosszabb története van, amely egészen századunk elejéig nyúlik vissza. Három fő területet különíthetünk el, amelyek hozzávetőlegesen megfelelnek a formális logika hagyományos fejezeteinek: a kijelentéseket (NITTA és NAGANO, 1966; BRAINE, 1978), a kvantorokkal (REVLIS, 1975; JOHNSON-LAIRD és WASON, 1979) és a tranzitív következtetésekkel (HUTTENLOCHER, 1968; TRABASSO és RILEY, 1975) kapcsolatos vizsgálatokat. Kimagaslóan sok publikáció foglalkozik a különösen problematikus implikatív struktúrákkal (ROBERGE, 1976; O'BRIAN és OVERTON, 1980; MARKOVITS, 1984).

Ezek a kutatások azt bizonyították, hogy a logikai következtetések helyességét sok faktor befolyásolja, többek között a premisszák tartalma (CLARK, 1969; BRAINE, 1978; POLLARD, 1982). De azt – tudomásunk szerint – eddig nem vizsgálták, hogy a következtetéseket alkotó összetett kijelentések „igazságmátrixa" hogyan működik, a megoldások milyen jellegzetes eltéréseket mutatnak a logikailag helyes igazságmátrixtól.

A logikus gondolkodás képessége fontos szerepet játszik a legújabb kognitív elméletekben, sok kognitív komponens magyarázatában (CLARK, 1977; WARREN, NICHOLAS és TRABASSO 1979; NISBETT és ROSS, 1980). A gondolkodás-pszichológiai modellek közül több is alkalmazza a kijelentéslogika apparátusát (ANDERSON, 1976; MILLER és JOHNSON-LAIRD, 1976). Újabban a logikai gondolkodás elmélete szorosan kapcsolódik a gondolkodás számítógépes modellezéséhez (RIPS, 1983).

Az elméleti háttér

A formális logika konvenciói szerint a kijelentések összekapcsolása akkor tekinthető logikai műveletnek, ha a kijelentések igazságértékei egyértelműen meghatározzák az összetett kijelentés igazságértékét. (A műveleteket a szimbolikus logikában igazságfüggvényeknek is nevezik, lásd RUZSA, 1984.)

Két kijelentést elvileg 16 különböző művelettel kapcsolhatunk össze. (A művelet hozzárendelési szabályát megadó 2x2-es ún. igazságtáblázatot ugyanis $2^4 = 16$-féleképpen tölthetjük ki.) Ezek közül azonban egy azonosan igaz (tautológia, az igazságtáblázat minden eleme 1-es, azaz az igaz logikai érték), egy pedig azonosan hamis (kontradikció, az igazságtáblázat minden eleme 0, azaz a hamis logikai érték). További négy műveletnél az összetett kijelentés igazságértékét az egyik kijelentés már egyértelműen meghatározza (p, $\bar{p}$, q, $\bar{q}$, ahol $\bar{p}$ és $\bar{q}$ a p, illetve a q kijelentés negáltját – tagadását – jelenti). A maradék 10-ből négy az implikáció (a szimbolikus logika terminológiájával kondicionális) különböző változatait jelenti: az implikáció, az implikáció tagadása, a fordított implikáció és a fordított implikáció tagadása. A négyféle implikatív struktúra megkülönböztetésének a nyelvben működő kijelentéslogikai műveletek vizsgálata szempontjából nincs jelentősége, ezért közülük csak az implikációval foglalkozunk.

A további hat műveletre jellemző a kommutativitás tulajdonsága, vagyis a két kijelentés felcserélhető anélkül, hogy ez az összetett kijelentés igazságértékét megváltoztatná. A kijelentéseket p-vel és q-val, a műveletet *-gal jelölve tehát:

$$p*q = q*p$$

A kommutativitás tulajdonsága az implikációra nem érvényes. Az implikációt más sajátossága is elkülöníti a többi művelettől, mégpedig az, hogy nyelvi formájában (ha ... akkor) emlékeztet a logikai következtetésekre. Mint majd az eredményekből látni fogjuk, e két különbség az implikációt tartalmazó feladatok lényegesen rosszabb megoldási arányaiban is érezteti hatását.

A feladatrendszerünk alapjául szolgáló hét művelet tehát (a szokásos köznyelvi formát és a szimbolikus jelölést is feltüntetve) a következő:

konjunkció	„és"	$p \wedge q$
Peirce-művelet	„sem ... sem"	$p \parallel q$
kizáró diszjunkció	„vagy ... vagy"	$p \veebar q$
diszjunkció	„vagy"	$p \vee q$
Sheffer-művelet	„legfeljebb az egyik"	$p \mid q$
ekvivalencia	„akkor és csak akkor"	$p \Leftrightarrow q$
implikáció	„ha...akkor"	$p \Rightarrow q$

Az 1. táblázatban összefoglaljuk, hogy a felsorolt műveletekkel képzett összetett kijelentések igazságértéke hogyan függ a bennük szereplő kijelentések igazságértékétől (1 az igaz, 0 a hamis logikai érték).

Logikai műveletekkel kettőnél több kijelentést is összekapcsolhatunk, és szóbeli vagy írásbeli kommunikációnk során valóban gyakran használunk három vagy több kijelentésből álló összetett állításokat. A bonyolultság növekedése nehezíti az összetett kijelentések értelmezését, fontos tehát annak vizsgálata is, hogy bonyolultabb kijelen-

1. táblázat

A kétváltozós műveletek igazságtáblázata

p	q	$p \wedge q$	$p \parallel q$	$p \veebar q$	$p \vee q$	$p \mid q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$
1	1	1	0	0	1	0	1	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0
0	1	0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	0	0	1	1	1

tésekben hogyan működnek a műveletek. A kettőnél több kijelentés összekapcsolásának két alapvető formáját különböztethetjük meg.

Az összekapcsolt kijelentések egyike vagy mindkettő ugyancsak lehet összetett kijelentés, így tehát több művelet egymásutáni elvégzésével három vagy több kijelentésből álló összetételt képezhetünk. Jelenlegi vizsgálatunkban háromnál több kijelentés kapcsolatával nem foglalkozunk. A három kijelentésből álló összetétel általános alakja:

$(p * q) \circ r,$

ahol p, q, r a három kijelentés, $*$ és $\circ$ a műveletek. A két művelet lehet azonos, de lehet különböző is. Hét kétváltozós műveletünk felhasználásával ilyen módon összesen 49 összetétel képezhető, hiszen a $*$ és a $\circ$ művelet helyén a hat kommutatív művelet bármelyike, illetve az implikáció szerepelhet.

Látható, hogy az összetétel értelmezési irányát (a benne szereplő műveletek sorrendjét) a zárójelzéssel egyértelműen megszabtuk. Az összetett kijelentésekben a zárójel helyét többnyire maga a kontextus kijelöli, máskor azonban nyelvi eszközökkel kell érzékeltetnünk.

Vannak azonban olyan összetételek, amelyekben nem érdemes, vagy nem is lehet műveletekkel összekapcsolt párokat elkülöníteni. Például a „Sem utódja, sem boldog őse, sem rokona, sem ismerőse nem vagyok senkinek, ..." kijelentés szerkezete legjobban a „sem *p*, sem *q*, sem *r*, sem *s*" formában adható vissza. Hasonlóképpen gyakoriak a „*p* és *q* és *r*", továbbá a „vagy csak *p* vagy csak *q* vagy csak *r*", illetve a „vagy *p* vagy *q* vagy *r*" típusú szerkezetek is.

Három kijelentésből az előzőek szerint nem csak két művelet egymás utáni elvégzésével alkothatunk összetett kijelentést, hanem úgy is, hogy hat kommutatív kétváltozós műveletünk analógiájára definiáljuk ezek háromváltozós megfelelőit, azaz megadjuk ezek igazságtáblázatát (2. táblázat).

Az így kapott háromváltozós műveletek rendelkeznek egy, a kommutativitáshoz hasonló tulajdonsággal: a kijelentések felcserélése nem változtatja meg az összetett kijelentés logikai értékét. Ezeket a műveleteket a következőkben háromváltozós műveleteknek nevezzük, megkülönböztetve őket a háromváltozós összetételektől, azaz a két kétváltozós művelet egymásutánjaként definiálható összetett kijelentésektől. A háromváltozós műveletek jelölése $*(p, q, r)$ lesz, ahol a „$*$" a hat kommutatív alapművelet valamelyike.

2. táblázat

A háromváltozós műveletek igazságtáblázata

p	*q*	*r*	$\wedge$ *(p,q,r)*	$\|$ *(p,q,r)*	∇ *(p,q,r)*	$\vee$*(p,q,r,)*	$\mid$ *(p,q,r)*	$\Leftrightarrow$ *(p,q,r)*
1	1	1	1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	1	1	0
0	0	1	0	0	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0	0	1	1

A vizsgálat módszerei

a) A feladatok

Vizsgálatunk során a tanulók saját nyelvi-logikai műveletrendszerét kívánjuk feltárni. Ennek megfelelően nem olyan feladatokra van szükségünk, amelyekkel csupán a tanulók válaszának helyességét vagy hibás voltát tudjuk regisztrálni (hibának minősítve a formális logika szabályaitól való eltérést), hanem olyanokra, amelyekkel azt is kimutathatjuk, hogy a helyestől különböző megoldás valójában milyen más műveletnek felel meg a tanulók gondolkodásában.

Mivel a műveletet az igazságtáblázata egyértelműen meghatározza azt, hogy a vizsgált személy egy összetett kijelentésben milyen műveletet érzékel, a következőképpen deríthetjük ki: az igazságtáblázat minden sorához hozzárendeljük a megfelelő kijelentéseket, és a feladatot olyan formában fogalmazzuk meg, hogy a vizsgált személy a válaszaival (közvetve) az általa érzékelt művelet igazságértékeit határozza meg. Az így kapott egyéni igazságtáblázatról azután már egyértelműen eldönthetjük, hogy az milyen műveletet reprezentál.

A felvázolt alapelveknek megfelelően a feladatokat a következő módon állítottuk össze: minden feladat tartalmaz egy összetett kijelentést, formailag is kiemelve a feladat elején. Ezután tényeket sorolunk fel, amelyekben konjunkcióval összekapcsolt állítások szerepelnek. Az eredeti összetett kijelentés igazságtáblázatában mindegyik tény egy-egy elemnek felel meg. Így a kétváltozós kijelentésekhez négy, a háromváltozósokhoz nyolc tény tartozik.

Az itt elemezendő feladatokat megközelítően húsz nyomtatott tesztoldal tartalmazza, ezért itt csak arra van módunk, hogy a feladatszerkesztés alapelveit néhány példa segítségével szemléltessük. Ahogy eddig is tettük, a műveleteket a következőkben is három csoportba sorolva tárgyaljuk, ezért mindhárom csoportra bemutatunk egy-egy feladatot. Amint az példáinkból kitűnik, a feladatok felépítése minden esetben azonos.

A kétváltozós műveletek feladataira példaként szerepeljen itt az ekvivalencia:
Gyuri kijelentése: AKKOR ÉS CSAKIS AKKOR FOGY EL A PÉNZEM, HA MEGVESZEM A KERÉKPÁRT.
Tények:
A) Elfogyott a pénze és megvette a kerékpárt.
B) Elfogyott a pénze és nem vette meg a kerékpárt.
C) Nem fogyott el a pénze és megvette a kerékpárt.
D) Nem fogyott el a pénze és nem vette meg a kerékpárt.

A feladatok megoldása során a tanulóknak minden egyes tényről külön kellett dönteniük, bekarikázva a tény előtt álló betűt, ha az adott tény fennállása esetén a feladat elején kiemelt kijelentést igaznak tartják, ellenkező esetben a betűt át kellett húzniuk. A bemutatott feladatban szereplő kijelentés például a formális logika szerint az „A" és a „D" tény fennállása esetén igaz, a többi esetben hamis.

Ha tehát egy tanuló az A és a D betűt bekarikázta, a B és a C betűket pedig áthúzta, akkor számára a fenti kijelentés (az 1—0—0—1 igazságérték-sornak megfelelően) valóban az ekvivalenciát, az „akkor és csak akkor" műveletet jelenti. Ha viszont valaki csak az A betűt karikázná be, és a B, C, D betűket áthúzná, ebből arra következtethetnénk, hogy az illető a fenti összetett kijelentésben konjunkciót érzékel.

A $\vee(p, q, r)$ szerkezetű háromváltozós műveletnek a következő tesztfeladat felelt meg:
Péter kijelentése: MA DÉLUTÁN AZ AUTÓVAL, A KISVASÚTTAL VAGY AZ ÉPÍTŐKOCKÁVAL JÁTSZOM.
Tények:
A) Játszik az autóval, a kisvasúttal és az építőkockával.
B) Játszik az autóval és a kisvasúttal, nem játszik az építőkockával.
C) Játszik az autóval, nem játszik a kisvasúttal, játszik az építőkockával.
D) Játszik az autóval, nem játszik a kisvasúttal és az építőkockával.
E) Nem játszik az autóval, játszik a kisvasúttal és az építőkockával.
F) Nem játszik az autóval, játszik a kisvasúttal, nem játszik az építőkockával.
G) Nem játszik az autóval és a kisvasúttal, játszik az építőkockával.
H) Nem játszik az autóval, a kisvasúttal és az építőkockával sem.

A feladatban szereplő kijelentés csak a „H" tény fennállása esetén hamis, minden más esetben igaz (az igazságtáblázatot az 1—1—1—1—1—1—1—0 számsorral lehet jellemezni).

Példáinkban a tényeket az áttekinthetőség kedvéért az igazságérték szerinti szabályos kombinatorikai rendben soroltuk fel (111, 110, ..., 000), megőrizve a kijelentések eredeti sorrendjét is. A tesztfeladatokban a tényeket szabálytalanul raktuk sorba, és az adott kereteken belül törekedtünk a nyelvi csiszoltságra és a természetességre is.

A háromváltozós összetételek feladatainak kijelölésekor a zárójelezést a feladatok szövegében nyelvi eszközökkel kellett érzékeltetnünk. Mivel a két azonos műveletet tartalmazó összetételek a mindennapi beszédben és gondolkodásban ritkán fordulnak elő, ezért ezek helyett a konjunkció, a Peirce-művelet, a kizáró diszjunkció és a diszjunkció esetén a megfelelő háromváltozós műveleteket vizsgáltuk. A két értelmezés csak a konjunkció és a diszjunkció esetén egyezik meg, ugyanis:

$(p \wedge q) \wedge r = \wedge(p, q, r)$ és $(p \vee q) \vee r = \vee(p, q, r)$

A többi háromváltozós összetétel általános alakja a már említett $(p*q) \circ r$. A zárójelben szereplő művelet helyére sorra beírva a kétváltozós műveleteket, a külső művelet helyére pedig a többi hat művelet egyikét, összesen hét, egyenként hatelemű csoportot alakítottunk ki. Például a konjunkció-csoportot azokból a $(p \wedge q) \circ r$ alakú kifejezésekből, ahol a „$\circ$" a, $\|$, ∇, $\vee$, $|$, $\Leftrightarrow$ vagy a $\Rightarrow$ kétváltozós műveletek valamelyike. Nyelvi formájuk bonyolultsága miatt később az ekvivalencia-csoport feladatait kihagytuk a rendszerből. Ugyancsak a nyelvi forma természetesebbé tétele érdekében, az implikáció-csoport feladatait $p \Rightarrow (q \circ r)$ formában vettük fel a tesztekbe – a $\circ$ művelet helyén a hét kétváltozós művelet mindegyike előfordul. (A többi feladatcsoportban az általános sémának megfelelően a $(p*q) \Rightarrow r$ alakot használtuk az implikációt tartalmazó összetételek vizsgálatára.)

A háromváltozós összetételek feladatai közül nézzük meg a $p \Rightarrow (q \wedge r)$ művelet tesztfeladatát!

Anna kijelentése: HA ESIK AZ ESŐ, AKKOR SÁROS LESZ AZ ÚT ÉS BEPISZKOLÓDIK A CIPŐM.

Tények:

A) Esik az eső, sáros az út és bepiszkolódik a cipője.

B) Esik az eső, sáros az út, de a cipője nem piszkolódik be.

C) Esik az eső, nem sáros az út, de a cipője bepiszkolódik.

D) Esik az eső, nem sáros az út és nem piszkolódik be a cipője.

E) Nem esik az eső, de sáros az út és bepiszkolódik a cipője.

F) Nem esik az eső, az út sáros, de a cipője nem piszkolódik be.

G) Nem esik az eső, az út sem sáros, de a cipője bepiszkolódik.

H) Nem esik az eső, nem sáros az út és nem is piszkolódik be a cipője.

A helyes megoldás ez esetben az, ha a tesztet kitöltő tanuló a B, C és D tények kivételével az összes többi betűjelét bekarikázza, hiszen az implikatív összetétel csak akkor nem igaz, ha az előtag igazsága esetén az utótag hamis, azaz ebben a feladatban a konjunkciós utótagban egyik vagy mindkét összetevő hamis (lásd az 1. táblázatot).

Az előzőekben leírtak alapján összesen 49 feladatot kaptunk: 7 kétváltozós, 4 háromváltozós műveletet, illetve 2 homogén (két egyforma műveletet tartalmazó) és 36 inhomogén (két különböző műveletet tartalmazó) összetételt vettünk figyelembe. Megjegyezzük azonban, hogy ezek a feladatok és az őket tartalmazó tesztek egy bővebb, más kérdések megválaszolására is szolgáló feladatrendszer részét képezik, melynek eredményeit a későbbiekben fogjuk publikálni.

b) A minta és az adatfeldolgozás

A teszteket Csongrád megyében, a reprezentativitás szabályai szerint kiválasztott 13 iskola 8. osztályos tanulói oldották meg 1980 április–májusában. A mintába így kb. 600 tanuló került be, a hiányzások miatt az értékelhető tesztek száma ennél kevesebb, de minden esetben 550 fölötti volt. A tanulók a teszteket külön erre a célra szervezett foglalkozásokon, pedagógusok felügyelete mellett csoportosan oldották meg. Saját tempójuk szerint haladva egy-egy alkalommal kb. 30–45 percig dolgoztak.

Az adatok feldolgozására nagyon egyszerű módszert választottunk: az igazságtáblázat minden egyes kitöltését bináris számként fogva fel, a tanulók által adott megoldások egy-egy számmal jellemezhetők. Kétváltozós műveletnél ez a szám 0 és 15 közötti érték lehet, a '0000' és az '1111', legkisebb, illetve legnagyobb négyjegyű bináris számnak megfelelően. Elméletileg természetesen minden egyes feladatnál csak egy érték a helyes. Például (az 1. táblázat alapján) a konjunkciónál a 8, a diszjunkciónál a 14 stb. Véletlenszerű találgatásnál egy-egy számkombináció kijelölésének valószínűsége 6,25%.

A háromváltozós műveletek és összetételek megoldását jellemző szám a 0-tól 255-ig terjedő intervallumba eshet (binárisan a '00000000' és az '11111111' közé). Ez egyben azt is jelenti, hogy a feladatra 256 különböző megoldást lehet adni, tehát itt már rendkívül kicsi (0,39%) a valószínűsége annak, hogy valaki véletlenszerűen eltalálja a jó megoldást. A háromváltozós műveletre /V (p, q, r)/ példaként bemutatott feladatban a helyes megoldás az '11111110' bináris, azaz a 254 decimális számmal jellemezhető, a háromváltozós összetételt /$p \Rightarrow (q \wedge r)$/ szemléltető feladatban pedig '10001111', decimálisan 143 ez az érték.

Minden számkombináció, tehát nem csak a jó megoldás, megfelel valamilyen műveleti struktúrának. A korábban bemutatott alapelveknek megfelelően a számkombinációból vissza lehet állítani a megfelelő műveleti struktúrát, és így a tanuló válaszai alapján rekonstruálni lehet, hogy az adott kijelentést milyen összetételként értelmezte. Kétváltozós műveleteknél az igazságtáblázat alapján a művelet egyértelműen meghatározható, három kijelentés esetén azonban ugyanannak a számkombinációnak többféle összetétel is megfeleltethető. Ezeket a számkombinációkat, illetve azokat a műveleti struktúrákat, amelyeket reprezentálnak, a kvalitatív adatelemzés irodalmában elterjedt szóhasználat szerint mintázatoknak (pattern) fogjuk nevezni.

Az adatfeldolgozás során a kétváltozós műveletekre kiszámítottuk az ún. empirikus igazságtáblázatot (3. táblázat). Az empirikus igazságtáblázatban a 0 és az 1 logikai értékek helyén egy 0 és 1 közé eső szám áll. Ezt a számot a vizsgált tanulók egyéni (a teszt adott feladatának megoldásával kijelölt) igazságtáblázataiból az igazságértékek (0 vagy 1) átlagolásával kapjuk. A táblázatban szereplő számok tehát közelítőleg azt fejezik ki, hogy a vizsgált populációban az adott helyen milyen valószínűséggel áll az 1 logikai érték. Az empirikus igazságtáblázatból kiderül az is, hogy például egy valójában implikatív szerkezet a populáció számára milyen mértékben implikáció, milyen valószínűséggel értékelik konjunkcióként, diszjunkcióként stb. Képezhetjük az elméleti és az empirikus igazságtáblázat megfelelő értékeinek különbségét is, így számszerű jellemzőt kapunk az elméletileg helyes igazságtáblázattal való egyezésre (4. táblázat).

Minden egyes feladatra kiszámítottuk a különböző mintázatok százalékos gyakoriságát. A lehetséges 16, illetve 256-féle mintázat közül a feladattól függően egyes esetekben 70–80-féle megoldást is adtak a tanulók. Ezek többsége csak néhány százalékuknál fordul elő. A csak a tanulók néhány százalékánál megjelenő mintázatokat nem tekintjük jellemzőnek, mivel azok véletlen hibázás vagy találgatás eredményeként is felléphetnek. Ezért az eredmények közlésekor csak azokkal foglalkozunk, amelyek a tanulók legalább 5 százalékánál előfordulnak, ezeket gyakori mintázatoknak fogjuk nevezni.

Eredmények

A vizsgálat adatait a korábbi szempontoknak megfelelő feladatcsoportok szerinti bontásban közöljük. Kissé részletesebben foglalkozunk a kétváltozós műveletekkel. Itt bemutatjuk az empirikus igazságtáblázatot és az elméleti igazságértékektől való eltérést kifejező különbségtáblázatot, továbbá az eltérések alapján végzett strukturális elemzés eredményeit is. Az egyes műveleteknél megadjuk, hogy a tanulók hány százaléka milyen más műveletként értelmezte azokat, vagyis az egyéni igazságtáblázatok százalékos megoszlását (az 5 százalékot meghaladó gyakoriságú mintázatokra). A háromváltozós műveleteknél és összetételeknél csak a mintázatok százalékos megoszlását mutatjuk be.

a) Kétváltozós műveletek

A 3. táblázatban a hét kétváltozós művelet (a kapcsolások, azaz a konjunkció és a Peirce-művelet, a választások, azaz a kizáró diszjunkció, a diszjunkció és a Sheffer-művelet, valamint az ekvivalencia és az implikáció) empirikus igazságtáblázatát mutatjuk be. Az előző részben leírtaknak megfelelően a táblázat egyes celláiban álló számok megmutatják, hogy az általunk vizsgált tanulók körében az adott helyen milyen valószínűséggel szerepel 1-es logikai érték. Ez megegyezik azzal, hogy a tanulók a megfelelő tesztfeladatban milyen relatív gyakorisággal nyilvánították igaznak az adott tény ismeretében a feladat kijelentését. Egy művelet ezek alapján ebben a korosztályban annál fejlettebb, értelmezése annál közelebb áll a helyes értelmezéshez, minél kisebbek az empirikus igazságtáblázatban szereplő számok eltérései a valódi (elméleti) értékektől.

3. táblázat

A kétváltozós műveletek empirikus igazságtáblázata

p	q	$p \wedge q$	$p \parallel q$	$p \nabla q$	$p \vee q$	$p \mid q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$
1	1	0,959	0,055	0,103	0,938	0,175	0,834	0,915
1	0	0,022	0,036	0,802	0,664	0,713	0,067	0,063
0	1	0,031	0,048	0,768	0,655	0,727	0,098	0,065
0	0	0,050	0,912	0,059	0,021	0,721	0,413	0,217

Ha az empirikus és az elméleti igazságtáblázat összetartozó celláiban álló számok különbségeit képezzük (az előjellel való számolás kikerülése végett abszolút értékben), akkor egy újabb táblázatot, az empirikus és az elméleti igazságtáblázat különbségtáblázatát kapjuk (4. táblázat). Az ebben található számok már azt mutatják, hogy az adott művelet esetén a kijelentések igazságtáblázatának adott logikai értékeinél mekkora a téves választás valószínűsége, tehát ez a táblázat az empirikus igazságtáblázathoz viszonyítva közvetlenebb módon jellemzi a műveletek fejlettségét a vizsgált populációban.

Egy-egy műveletre vonatkozóan összevont mutatót is képezhetünk a művelet empirikus és elméleti struktúrája közötti különbségre, például a művelet különbségtábláza-

4. táblázat

A kétváltozós műveletek különbségtáblázata (empirikus – elméleti igazságtáblázat)

p	q	$p \wedge q$	$p \parallel q$	$p \nabla q$	$p \vee q$	$p \mid q$	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$
1	1	0,041	0,055	0,103	0,062	0,175	0,166	0,085
1	0	0,022	0,036	0,198	0,336	0,287	0,067	0,063
0	1	0,031	0,048	0,232	0,345	0,273	0,098	0,935
0	0	0,050	0,088	0,059	0,021	0,279	0,587	0,783
	T	0,036	0,057	0,148	0,191	0,254	0,230	0,467

tában álló értékek átlagolásával a következő képlet szerint:

$$T = (\sum |\, emp_i - elm_i \,|) \;/4,$$

ahol emp_i, illetve elm_i a művelet empirikus, illetve elméleti igazságtáblázatának *i*-edik helyén álló értéket jelöli. Eszerint a mutató szerint (a 4. táblázatban a legalsó sorban látható) annál jobban „működik" egy művelet a vizsgált populációban, minél kisebb az empirikus különbségtáblázata alapján számolt *T*-érték.

Eredményeink azt mutatják, hogy a 14 éves tanulók csoportjában a hét kétváltozós művelet sorrendje az igazságértékek helyes megítélésének szempontja szerint a következő: legbiztosabban a kapcsolásokat használják tanulóink, ezen belül is a konjunkció eredménye (0,036) valamennyivel jobb a Peirce-műveleténél (0,057). A választások gyengébben működnek, közöttük a sorrend: kizáró diszjunkció (0,148), diszjunkció (0,191), Sheffer-művelet (0,254). Az ekvivalencia 0,230-as eredményével megelőzi a Sheffer-műveletet, az implikáció pedig mérésünk szerint (0,467) a legproblematikusabb művelet. A különbségtáblázatban az implikációhoz tartozó harmadik sor alapján azt is tudjuk, hogy a legnagyobb eltérés abban az esetben van, amikor az implikáció előtagja hamis, az utótagja pedig igaz. Itt a tanulók 93,57-a hamisnak minősíti a művelet eredményét, holott az igaz.

Érdekes megfigyelni, hogy a „vagy" kétféle, megengedő ($p \vee q$) és kizáró ($p \nabla q$) értelmezése milyen világosan elkülönül. Bár mindkettőnél találunk a különbségtáblázatban jelentős hibáról tanúskodó eltéréseket, ezek nem az első sorban vannak, ahol a $\vee$ és a ∇ művelet igazságtáblázata különbözik egymástól, hanem a második és a harmadik sorban – mindkét művelet értelmezése a konjunkció irányába tolódik el. Hasonlóan elemezhető a különbségtáblázat alapján a többi művelet működése is.

Az elméleti értékektől való eltérések közös sajátosságait keresve azt tapasztaljuk, hogy a különbségtáblázat összes 0,175-nél nagyobb értéke (10 ilyen van) a táblázat olyan helyén áll, ahol 1-es logikai értéknek kellene lennie. Ez azt jelenti, hogy igen erős a tendencia arra, hogy a tanulók „alábecsüljék" az összetett kijelentések igazságértékét: hamisnak nyilvánítják olyan feltételek mellett is, amikor az a formális logika konvenciói szerint igaz. A fordított eset, hamis kijelentések igaznak minősítése sokkal ritkábban fordul elő.

Ha az előbbiekben használt *T*-távolság értelmezését kiterjesztjük úgy, hogy ne csak az adott művelet empirikus és elméleti igazságtáblázata közötti különbség jellemzésére legyen alkalmas, hanem két különböző művelet empirikus struktúrája közötti különbség kiszámítására is, akkor az empirikus igazságértékek alapján a tanulók műveletei között további kapcsolatokat deríthetünk fel. Legyen az ehhez használt távolságképlet a következő:

$$T' = \left(\sum \mid emp_{1i} - emp_{2i} \mid\right) /4,$$

ahol emp_{1i} és emp_{2i} az egyik, illetve a másik művelet empirikus igazságtáblázatának *i*-edik helyén álló értéket jelöli.

A T'-értékek segítségével felírhatjuk a kétváltozós műveletek empirikus távolságmátrixát. Ez nem más, mint egy négyzetes számtáblázat, amelyben egy-egy elem azt mutatja meg, hogy az adott sornak és az adott oszlopnak megfelelő műveletek a T'-távolság szerint milyen „messze" vannak egymástól. Úgy is fogalmazhatunk, hogy ez az érték azt fejezi ki, mennyire mosódnak össze a különböző műveletek értelmezései a tanulók gondolkodásában. Az értelmezések közel kerülhetnek egymáshoz úgy, hogy egyik művelet értelmezése a másikhoz közeledik, és úgy is, hogy mindkettő értelmezése egy harmadik felé tolódik el. (Például az implikáció és az ekvivalencia egyaránt a konjunkció felé.)

A mátrixban a bal felső sarokból a jobb alsó sarokba mutató átló minden eleme 0 (ugyanis minden művelet empirikus struktúrája a T' szerint önmagától 0 távolságra van), maga a mátrix pedig szimmetrikus erre az átlóra. A szimmetria miatt elegendő csak a mátrix egyik felét (például az alsó háromszöget) közölni.

5. táblázat

A kétváltozós műveletek távolságmátrixa

	$\wedge$	$\parallel$	∇	$\vee$	$\mid$	$\Leftrightarrow$	$\Rightarrow$
$\wedge$	0,000						
$\parallel$	0,449	0,000					
∇	0,596	0,597	0,000				
$\vee$	0,329	0,752	0,281	0,000			
$\mid$	0,711	0,417	0,216	0,396	0,000		
$\Leftrightarrow$	0,150	0,340	0,623	0,413	0,561	0,000	
$\Rightarrow$	0,072	0,400	0,603	0,353	0,639	0,078	0,000

A hét kétváltozós műveletet tartalmazó alaprendszer empirikus távolságmátrixát az 5. táblázatban láthatjuk. Összevetve a különbségtáblázat megfelelő értékeivel, sok érdekes eredményt kaphatunk. Az implikáció művelete (mely a különbségtáblázatból számított *T*-értékek szerint a leggyengébben működő művelet) a hasonlósági mátrix adatai szerint „közelebb van" a konjunkció, az ekvivalencia, a diszjunkció, de még a Peirce-művelet empirikus táblázatához is, mint a saját elméleti struktúrájához. Ahogy a későbbiekben látni fogjuk, a gyerekek leggyakrabban éppen a konjunkció és az ekvivalencia műveletével keverik össze az implikációt.

A kétváltozós alaprendszer műveleteinek további vizsgálatához nézzük meg a hat kommutatív művelet és az implikáció feladatainak megoldásában előforduló mintázatok gyakorisági arányait tartalmazó 6. táblázatot. ($\bar{p}$ a p negált formáját jelöli.) Az adatok itt és a továbbiakban minden táblázatban százalékos gyakorisági értéket jelentenek!

6. táblázat

A kétváltozós műveletek különböző értelmezéseinek százalékos megoszlása

művelet	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)			egyéb (%)
$p \wedge q$	88,9				11,1
$p \parallel q$	87,5				12,5
$p \overline{\vee} q$	67,2	$\overline{p \Rightarrow q}$ 8,6	$p \wedge q$ 6,0	$\overline{q \Rightarrow p}$ 5,1	13,1
$p \vee q$	60,0	$p \wedge q$ 27,9			12,1
$p \mid q$	54,3	$p \parallel q$ 10,7	$p \overline{\vee} q$ 6,9	$p \wedge q$ 6,7	21,4
$p \Leftrightarrow q$	33,0	$p \wedge q$ 44,0	$p \parallel q$ 5,6		17,4
$p \Rightarrow q$	0,5	$p \wedge q$ 66,4	$p \Leftrightarrow q$ 18,6		14,5

A helyes megoldások arányát tekintve a kétváltozós műveletek sorrendje majdnem megegyezik a különbségtáblázat *T* értékeivel kapott sorrenddel. Eltérés csak az ekvivalencia esetében tapasztalható: helyes megoldásainak aránya szerint itt a Sheffer-művelet után következik. Az implikáció a korábbiakhoz hasonlóan igen alacsony megoldási aránnyal szerepel, mindössze a tanulók 0,5%-a oldotta meg helyesen ezt a feladatot.

Látható, hogy az ekvivalencia műveletét a tanulók 44,0%-a, az implikációt pedig 66,4%-uk értelmezte konjunkcióként. A gyakori mintázatok vizsgálata tehát a műveletek távolsági elemzéséhez hasonló eredményt ad: a 14 évesek nagy része számára az „és" és a „ha ... akkor" nyelvi formák ugyanazt a logikai műveletet sugallják.

b) Háromváltozós műveletek

Feladatrendszerünkben csak a kétváltozós esetben legjobbnak bizonyult négy művelet háromváltozós megfelelője szerepelt, azaz a konjunkció ($\wedge$), a Peirce-művelet ($\parallel$), a kizáró diszjunkció ($\overline{\vee}$) és a diszjunkció ($\vee$). A tanulók feladat-megoldásai által előállított mintázatokból a kétváltozós műveletekhez hasonlóan rekonstruálhatjuk a megfelelő műveleteket. Nem minden gyakori mintázathoz lehet azonban az általunk értelmezett háromváltozós műveletek és összetételek valamelyikét hozzárendelni, némelyiket csak a két- és háromváltozós műveletek kombinációjával lehet leírni. Ilyen esetben többféle kombináció is szóbajöhet, ekkor a valódi művelethez vagy összetételhez legközelebb álló műveletkombinációval reprezentáljuk a mintázatot. Az eredményeket a 7. táblázat foglalja össze. [p∧q]-val, szögletes zárójellel itt és a továbbiakban olyan mintázatot jelölünk, amelyben a tanulók a háromváltozós műveletet vagy összetételt a p és a q változó együttes kezelésével kétváltozósra redukálják. Ez azt jelenti, hogy az eredeti összetételben a külső művelet megmarad, a belső (zárójeles) műveletet pedig egy olyan kapcsolattal helyettesítik (a táblázatokban ezt jelöltük $[p \wedge q]$-val), amelyben p és q „együtt változik", a kapcsolat pedig igaz, ha p és q is igaz, és hamis, ha p és q is hamis — egyéb eseteket nem különböztetnek meg.

A táblázat szerint a három változóra való kiterjesztéssel a helyes megoldások gyakoriságának sorrendje lényegében nem változott, most is a konjunkció és a Peirce-féle művelet (tehát a kapcsolások) eredményei a legjobbak, gyengébb a kizáró diszjunkció és a diszjunkció (tehát a választások). Az utóbbi kettőnél a kétváltozós esetekhez képest is jelentős romlás tapasztalható.

Ami a gyakori mintázatokat illeti, a konjunkciónál és a „sem...sem" műveletnél a helyes értelmezések (85,4%, illetve 76,8%) mellett nem fordult elő 5%-nál nagyobb gyakoriságú más mintázat. Nincs tehát tendenciózus félreértelmezés, a helytelen megoldást adók zömmel csak találgatnak. A kétféle (megengedő és kizáró) diszjunkciónál már magasabb a félreértelmezések aránya, különösen erőteljes (a kétváltozós esethez hasonlóan) a konjunkció felé való eltolódás. Például a (megengedő értelmű) diszjunkciót kétváltozós esetben 27,9%-uk, háromváltozós esetben pedig 23,9%-uk értelmezte így.

A háromváltozós műveleteknél is érvényes az a kétváltozós esetben megfigyelt tendencia, hogy minél több 1-es logikai érték van a művelet igazságtáblázatában, annál alacsonyabb a helyes megoldások aránya. Tehát a tanulók ritkábban tételezik fel egy összetett kijelentésről, hogy az igaz, mint amilyen gyakran a formális logika konvenciói szerint igaznak minősíthető.

c) Háromváltozós összetételek

Az előző részben elmondottaknak megfelelően hat összetételcsoport, a kapcsolások (a konjunkció-csoport és a Peirce-csoport), a választások (a kizáró diszjunkció-csoport, a diszjunkció-csoport és a Sheffer-csoport), valamint az implikáció-csoport értékelésével foglalkoztunk. A gyakori mintázatokat a 8—13. táblázatban mutatjuk be. A 12. és a 13. táblázatban (a Sheffer-művelet és az implikáció csoportja) megtaláljuk a két azonos művelettel képzett összetétel eredményeit is. A másik négy táblázatban a két azonos műveletet tartalmazó összetételt nem tüntettük fel, mivel ezek helyett a megfelelő háromváltozós műveleteket vizsgáltuk (7. táblázat).

A táblázatok elemzését végezhetjük a zárójelben szereplő műveletek szerint (tehát csoportonként), és a zárójelen kívüli műveletek alapján is. Elsőként tekintsük át az egyes csoportok eredményeit.

7. táblázat

A háromváltozós műveletek különböző értelmezéseinek százalékos megoszlása

művelet	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)			egyéb (%)
$\wedge(p,q,r)$					
	85,4				14,6
$\parallel(p,q,r)$					
	76,8				23,2
$\nabla(p,q,r)$		$\wedge(p,q,r)$	$p\wedge(q\parallel r)$	$(p\nabla p)\wedge\bar{r}$	
	43,6	7,9	7,9	6,2	34,4
$\vee(p,q,r)$		$\wedge(p,q,r)$	$[p\wedge q]\vee r$		
	18,2	23,9	11,9		46,0

8. táblázat

A konjunkció-csoport értelmezéseinek százalékos megoszlása

összetétel	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)			egyéb (%)
$(p\wedge q)\parallel r$		$\parallel(p,q,r)$			
	0,3	83,2			16,5
$(p\wedge q)\nabla r$		$[p\wedge q]\nabla r$	$\wedge(p,q,r)$	$p\wedge q\wedge\bar{r}$	
	0,0	42,7	14,6	8,9	33,8
$(p\wedge q)\vee r$		$[p\wedge q]\vee r$	$\wedge(p,q,r)$	$p\wedge q$	
	0,0	33,8	22,8	6,2	37,2
$(p\wedge q)\mid r$		$[p\wedge q]\ \ r$	$\wedge(p,q,r)$	$\parallel(p,q,r)$	
	0,2	36,7	11,8	5,1	46,2
$(p\wedge q)\not\Leftrightarrow r$		$\wedge(p,q,r)$	$\Leftrightarrow(p,q,r)$		
	21,1	40,8	12,0		26,1
$(p\wedge q)\not\Rightarrow r$		$\wedge(p,q,r)$	$\not\Leftrightarrow(p,q,r)$	$(p\wedge q)\not\Leftarrow r$	
	0,3	33,9	15,3	11,0	19,5

A konjunkció-csoportban kevés a helyes mintázat. Egyedül az ekvivalenciával mint külső művelettel összekapcsolva haladja meg az 1%-ot a helyes megoldások aránya, itt viszont a csoport többi tagjához viszonyítva kiugróan magas, 21,1%.

A tanulók gondolkodására nagyon jellemző, három esetben is feltűnik a speciális „zárójeles" mintázat. Ilyen jellegű mintázat már a háromváltozós diszjunkciónál is jelentkezett. Feltételezhetjük, hogy ez a forma a helyes értelmezés felé vezető út egyik állomása: külön-külön már mindkét művelet jól működik, de a zárójeles összetételben a gyerekek még nem tudják a három változó együttesét áttekinteni, ezért a zárójeles mintázattal kétváltozósra redukálják az összetételt. ($[p \wedge q]$ lesz az egyik, r pedig a másik változó.)

9. táblázat

A Peirce-csoport értelmezéseinek százalékos megoszlása

összetétel	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)				egyéb (%)
$(p \parallel q) \wedge r$	68,4					31,6
$(p \parallel q) \nabla r$	0,2	$(p \parallel q) \wedge r$ 46,3	$[p \wedge q] \nabla r$ 11,3			
$(p \parallel q) \vee r$	0,0	$(p \parallel q) \wedge r$ 47,5	$(p \Leftrightarrow q) \wedge r$ 5,1	$p \parallel q$ 5,0	$\parallel(p,q,r)$ 5,0	37,4
$(p \parallel q) \mid r$	0,0	$\parallel(p,q,r)$ 25,9	$p \parallel q$ 19,0	$\bar{p} \wedge (q \Leftrightarrow r)$ 7,7	$(p \parallel q) \wedge r$ 6,5	40,9
$(p \parallel q) \Leftrightarrow r$	15,3	$(p \parallel q) \wedge r$ 34,5	$[p \wedge q] \nabla r$ 16,5			33,7
$(p \parallel q) \Rightarrow r$	0,0	$(p \parallel q) \wedge r$ 37,9	$[p \wedge q] \nabla r$ 14,9	$(p \vee q) \nabla r$ 10,3	$\wedge(p,q,r)$ 5,5	31,4

A Peirce-csoport eredményei is nagy szélsőségek között mozognak. A konjunkcióval mint külső művelettel a tanulók többsége (68,4%-a) helyesen értelmezi az összetételt, itt más gyakori mintázat nincs is. Az ekvivalenciával mint külső művelettel is előfordul helyes értelmezés, a többi összetételnél azonban majdnem 0 a helyes megoldások aránya.

A 8. és 9. táblázat első sorait összehasonlítva látható, hogy a konjunkció – Peirce-művelet párosításban mennyivel egyértelműbb az állítás a tanulók számára abban az esetben, amikor a Peirce-művelet van a zárójelen belül.

A kizáró diszjunkció-csoportnál csak a konjunkcióval való kapcsolat helyes értelmezése haladja meg a fél százalékot, ez viszont 28,0%-os. Nagyon gyakori, mind a hat párosításban előfordul a háromváltozós műveletként való értelmezés.

A diszjunkció-csoport eredményei kimagaslóan jók, egyedül az implikációval való kapcsolatban nincs számottevő helyes értelmezés. Azonban még itt is nagy a bi-

10. táblázat

A kizáró diszjunkció-csoport értelmezéseinek százalékos megoszlása

összetétel	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)					egyéb (%)
$(p\nabla q)\wedge r$		$\wedge(p,q,r)$	„A"	$p\wedge\bar{q}\wedge r$			
	28,0	13,2	10,8	6,2			
$(p\nabla q)\parallel r$		$\parallel(p,q,r)$	$(p\mid q)\wedge\bar{r}$				
	0,5	41,5	6,3				51,7
$(p\nabla q)\vee r$		$\wedge(p,q,r)$	„B"	$(p\nabla q)\wedge r$	$p\wedge\bar{q}\wedge r$		
	0,2	13,0	9,8	9,4	5,3		62,3
$(p\nabla q)\mid r$		$\mid(p,q,r)$	$\nabla(p,q,r)$	$\wedge(p,q,r)$	„0"		
	0,3	28,0	9,9	7,7	5,1		49,0
$(p\nabla q)\Leftrightarrow r$		$(p\nabla q)\wedge r$	„A"	$\wedge(p,q,r)$	$p\wedge\bar{q}\wedge r$		
	0,2	22,5	17,7	11,0	6,7		41,9
$(p\nabla q)\Rightarrow r$		$(p\nabla q)\wedge r$	$\wedge(p,q,r)$	$(p\mid q)\Leftrightarrow r$	$(p\mid q)\wedge r$	$p\wedge\bar{q}\wedge r$	
	0,0	21,8	13,6	12,7	6,2	5,7	40,0

„A": $[(p\nabla q)\wedge r]\nabla[\parallel(p,q,r)]$
„B": $(p\nabla q)\nabla[(p\parallel q)\wedge r]$
„0": azonosan hamis (kontradikció)

11. táblázat

A diszjunkció-csoport értelmezéseinek százalékos megoszlása

összetétel	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)			egyéb (%)
$(p\vee q)\wedge r$		$\wedge(p,q,r)$			34,3
	45,3	20,4			
$(p\vee q)\parallel r$		$(p\mid q)\wedge\bar{r}$			
	44,6	9,5			45,9
$(p\vee q)\nabla r$		$\wedge(p,q,r)$	$\nabla(p,q,r)$		
	17,3	17,0	5,0		60,7
$(p\vee q)\mid r$		$\wedge(p,q,r)$	$\Leftrightarrow(p,q,r)$		
	14,9	9,0	7,6		68,5
$(p\vee q)\Leftrightarrow r$		$(p\vee q)\wedge r$	$\wedge(p,q,r)$		
	19,0	20,4	20,4		40,2
$(p\vee q)\Rightarrow r$		$\wedge(p,q,r)$	$(p\vee q)\Leftrightarrow r$	$(p\vee q)\wedge r$	
	0,2	24,0	18,2	14,9	42,7

12. táblázat

A Sheffer-csoport értelmezéseinek százalékos megoszlása

összetétel	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)					egyéb (%)
$(p \mid q)\wedge r$		$\wedge(p,q,r)$	$(p\nabla q)\wedge r$	r			
	29,9	10,2	6,2	5,9			47,8
$(p \mid q)\parallel r$		$\parallel(p,q,r)$	$(p \mid q)\wedge \bar{r}$	$(p \mid q)\nabla r$	$(p\vee q)\Leftrightarrow r$		
	3,8	22,5	13,7	6,2	5,7		48,1
$(p \mid q)\nabla r$		$\nabla(p,q,r)$	$(p\parallel q)\wedge r$	$\wedge(p,q,r)$			
	0,3	20,9	9,0	7,3			62,5
$(p \mid q)\vee r$		$\wedge(p,q,r)$	$(p \mid q)\wedge r$	$(p\parallel q)\wedge r$	r		
	0,0	9,7	7,4	5,2	5,0		72,7
$(p \mid q)\mid r$		$\mid(p,q,r)$	$\parallel(p,q,r)$	$\wedge(p,q,r)$	$\nabla(p,q,r)$		
	0,0	20,4	8,0	6,7	5,0		59,9
$(p \mid q)\Leftrightarrow r$		$(p \mid q)\wedge r$	$\wedge(p,q,r)$	$(p\parallel q)\wedge r$			
	7,8	17,5	9,2	5,5			60,0
$(p \mid q)\Rightarrow r$		$(p \mid q)\wedge r$	$(p\parallel q)\wedge r$	$(p \mid q)\Leftrightarrow r$	$\nabla(p,q,r)$	$\wedge(p,q,r)$	
	1,4	12,1	10,6	9,9	6,9	5,7	53,4

zonytalanság, a találgatás. a megoldások 30–60%-a került az „egyéb", az 5%-os küszöböt el nem érő arányú mintázatokat gyűjtő rovatba.

A Sheffer-csoportban is vezet a konjunkcióval és az ekvivalenciával összekapcsolt kijelentés-pár: itt a legtöbb a helyes értelmezés. Az értelmezések gyakori egyszerűsítése a háromváltozós műveletként való kezelés. Két esetben is feltűnik az a mintázat, amely az összetett kijelentést egy kijelentésre redukálja, vagyis itt az összetétel igazságértékét csak az egyik, a zárójelen kívüli kijelentés határozza meg.

A kétváltozós implikációhoz hasonlóan, az implikáció-csoport feladatai is az igen alacsony helyes megoldási aránnyal tűnnek ki. A gyakori mintázatok között legjellemzőbb a homogenizálás két változata: a gyakoribb konjunkciós és a ritkább ekvivalenciás helyettesítés. Ilyen jellegű mintázat majdnem minden feladatnál megfigyelhető. Érdekes az is, hogy a feladattól függetlenül a kétféle helyettesítés gyakorisági sorrendje azonos. A nem homogenizáló mintázatok többsége a belső műveletet megtartva, a külső műveletet konjunkcióval vagy ekvivalenciával helyettesíti. (A 13. táblázatban szereplő 13 nem homogenizáló megoldás közül 5 így viselkedik.)

A kommutatív műveletrendszer feladatainál jelentős szerepet játszó zárójeles mintázat itt csak egy helyen, torzult formában észlelhető. $(p\Rightarrow(q\parallel r)$ helyett $p\nabla\,[q\wedge r]$, a külső művelet nem marad változatlan.)

Az egyes csoportok helyes megoldásainak százalékos arányát összehasonlítva, a kétváltozós és a háromváltozós műveletekkel ellentétben itt a legjobb eredményeket nem a konjunkció-, hanem a diszjunkció-csoportnál találjuk. Másodikként itt is a Pierce-csoport következik. Természetesen ezek is sokkal gyengébben működnek a meg-

13. táblázat

Az implikáció-csoport értelmezéseinek százalékos megoszlása

összetétel	helyes (%)	a gyakori mintázatok (%)					egyéb (%)
$p \Rightarrow (q \wedge r)$		$\wedge(p,q,r)$	$\Leftrightarrow(p,q,r)$				
	0,00	48,2	23,7				28,1
$p \Rightarrow (q \parallel r)$		$p \wedge (q \parallel r)$	$p \nabla [q \wedge r]$				
	1,0	43,8	26,4				28,8
$p \Rightarrow (q \nabla r)$		$p \wedge (q \nabla r)$	$(p \wedge q) \vee r$	„A"	$\wedge(p,q,r)$	$p \Leftrightarrow (q \vee r)$	
	0,2	32,2	12,6	11,6	9,2	5,3	28,9
$p \Rightarrow (q \vee r)$		$p \wedge (q \vee r)$	$\wedge(p,q,r)$	$p \Leftrightarrow (q \vee r)$			
	0,0	30,3	22,7	20,4			26,6
$p \Rightarrow (q \mid r)$		$\bar{p} \wedge q \wedge r$	$\bar{p} \wedge (q \mid r)$	$\bar{p} \wedge (q \Leftrightarrow r)$			
	0,0	9,9	8,3	5,6			76,2
$p \Rightarrow (q \Leftrightarrow r)$		$\wedge(p,g,r)$	$(p \Leftrightarrow q) \wedge r$				
	0,0	46,5	8,3				45,2
$p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$		$\wedge(p,q,r)$	$\Leftrightarrow(p,g,r)$	„B"			
	0,0	47,7	14,8	8,2			29,3

„A": $[p \wedge (q \nabla r)] \nabla [\parallel (p,q,r)]$
„B": $[p \wedge (q \Leftrightarrow r)] \nabla [\parallel (p,q,r)]$

felelő háromváltozós műveletekhez képest. Ezekhez viszonyítva a Sheffer-csoport, a kizáró diszjunkció-csoport és a konjunkció-csoport eredményei lényegesen rosszabbak. Az implikáció-csoportban alig született helyes megoldás: a legjobb eredményű $p \Rightarrow (q \parallel r)$ műveletet is csak a tanulók 1,0%-a (6 tanuló) oldotta meg helyesen. A gyakori mintázatok száma általában azoknál az összetételeknél kisebb, ahol nagyobb a helyes megoldások aránya.

A külső műveletek alapján viszont egyértelműen a konjunkciós kifejezések emelkednek ki: bármely más művelettel kapcsolva a legmagasabb megoldási arányt adják. A gyakori mintázatok száma is ezeknél a legkisebb.

Az egyes mintázatok gyakoriságait áttekintve azt tapasztaljuk, hogy sok esetben egy-egy sajátos tanulói értelmezés igen magas arányban fordul elő, tehát tévedésről, véletlen hibázásról, találgatásról nincs szó. A tanulók jelentős hányada, 40–80%-a értelmezi azonos, de a logika konvencióitól eltérő módon az egyes összetételeket. Az eltérések mögött néhány alapvető tendencia húzódik meg.

Ezek közül az egyik legjellemzőbbről (a „zárójeles", $[p \wedge q] \circ r$ szerkezetű mintázatról) már volt szó. Egy másik jellegzetes tendencia szerint a 14 évesek nagy része „homogenizálja" a háromváltozós összetételeket, azaz gyakori a háromváltozós műveletekkel való helyettesítés: a hat műveletcsoport összesen 110 gyakori mintázata közül 46 ilyen. Az összetételt a 46-ból 10 mintázatban a belső (a zárójelben levő), 10 mintázatban pedig a külső (a zárójelen kívül álló) műveletnek megfelelő háromváltozós műveletként értelmezik. Ezeken kívül 18 esetben találunk konjukciós helyettesítést olyan összetételek gyakori értelmezései között, amelyekben egyébként nem is szerepel a konjunkció művelete, ugyanilyen jellegű ekvivalenciával történő helyettesítés 4 esetben fordul elő.

Az implikációt tartalmazó feladatok meglepően rossz eredményei indokolttá teszik, hogy ezt a feladatcsoportot külön is vizsgáljuk. A lehetséges okok közül kettőt emelünk ki. Egyrészt az implikáció nem kommutatív művelet ($p \Rightarrow q \neq q \Rightarrow p$), és valószínű, hogy a tanulók sokkal nehezebben kezelik az ilyen típusú műveleteket, mint a kommutatív műveletcsaládot. Ezt támasztja alá az is, hogy a kétváltozós implikációs feladat mindkét gyakori mintázata kétváltozós kommutatív művelettel helyettesíti az implikációt: 66,4%-ban konjunkcióval, 18,6%-ban pedig ekvivalenciával.

A másik befolyásoló tényező az lehet, hogy „ha ... akkor" szókapcsolat mint az implikáció általánosan használt nyelvi formája nem utal egyértelműen az általunk vizsgált (a logikában materiális implikációnak is nevezett) műveletre. Ez a szókapcsolat egyúttal a logikai következtetések nyelvi megfelelője is, és eredményeink azt sugallják, hogy a tanulók nagy része így értelmezhette az implikáció műveletét. A köznapi beszédben és gondolkodásban ugyanis ritkán használunk olyan következtetési formát, amelynek előtagja hamis. Ilyen esetben – köznapi értelemben – a következtetésnek nincs értelme. Ha ezt elfogadjuk, és a következtetést csak igaz előtaggal értelmezzük, akkor az csak akkor lehet igaz, ha az utótagja is igaz. Ezzel pedig éppen a konjunkció műveletéhez jutottunk (akkor és csak akkor igaz, ha mindkét tagja igaz). Nem meglepő tehát, hogy a tanulók 66,4%-a így értelmezte az implikációt.

Következtetések

Vizsgálatunk során a tanulók gondolkodásának nyelvi szintjéről, az összetett kijelentések értelmezéséről gyűjtöttünk adatokat. Ebből következően nem tudjuk eredményeinket közvetlenül összehasonlítani a Piaget-kísérletek eredményeivel. Ugyanis, mint maga Piaget is megfogalmazza, „... a kísérleti személyek nyelve csak nagyon megbízhatatlanul fejezi ki gondolkodásuk igazi struktúráját." (INHELDER–PIAGET, 1977, 265. o.) Mégis érdemes néhány összehasonlító megjegyzést tennünk akkor is, ha tudjuk, hogy Piaget állításait a gondolkodásra vonatkoztatta, mi pedig csak annak nyelvi oldaláról beszélhetünk.

Két fontos különbségre érdemes felfigyelnünk. Piaget szerint 14 éves korra a tanulók gondolkodásában kialakul, egybeszerveződik, „egyensúlyba jut" a 16 kétváltozós logikai művelet. Lényegében azt állítja, hogy minden művelet mindenkinél kifejlődik. Ezzel szemben mi azt tapasztaltuk, hogy a nyelvlogikai műveletrendszer nem homogén rendszer: az egyes műveletek nem azonos színvonalon alakulnak ki, működésük között jelentős különbségek vannak, és ugyancsak jelentős eltérések vannak a vizsgált populáció egyes tagjai között is. Az eltérések nem csak mennyiségi jellegű színvonalkülönbségek, hanem mint láttuk, az összetett kijelentések értelmezésében jól elkülöníthető típusok figyelhetők meg.

Adataink szerint a kétváltozós logikai műveletek között kétségtelenül a legfejlettebb a konjunkció. Nemcsak az tükrözi fejlettségét, hogy a konjunkcióval összekapcsolt állításoknál a legmagasabb a helyes értelmezések aránya, hanem az is, hogy sok esetben más, a tanulók adott csoportjánál még ki nem alakult művelet helyébe lép. Feltehetően ez a művelet alakul ki elsőként, és néhány tanulónál a kijelentések összekapcsolásának szinte az egyetlen egyértelmű eszköze. *A műveletrendszer kevésbé fejlett szintjein álló tanulók számára tehát egy összetett kijelentés akkor igaz, ha a benne szereplő állítások mindegyike igaz, függetlenül a kijelentéseket összekapcsoló művelet valódi természetétől.* Másodikként a „sem p, sem q" formájú Peirce-művelet alakul ki, ami ugyancsak egyszerűen kifejezhető a konjunkcióval, a két negált kijelentés konjunkciójaként: $p \parallel p = \bar{p} \wedge \bar{q}$. A fejlettség tekintetében középen helyezkednek el a „vagy" különböző formái, a kizáró, a megengedő és az összeférhetetlen értelmének megfelelő műveletek, valamint az ekvivalencia.

A műveletek előző, fejlettség szerinti felsorolása feltételezi a fejlettség fogalmának olyan értelmezését, mely szerint egy művelet kialakultságának fogalmába nem értjük bele azt, hogy a művelet más műveletektől egyértelműen elhatárolódjon. Sőt, éppen azt kell feltételeznünk, hogy amennyiben az adott egyénnél nem alakult ki a teljes műveletrendszer, az olyan kijelentések értelmezése során, amelyekben számára ismeretlen művelet szerepel, a meglevő, kialakult műveleteivel gazdálkodva a már kialakult lép a hiányzó helyébe.

A kialakult kétváltozós műveletek működése bonyolultabb összetételekben bizonytalanná válhat. Kettőnél több kijelentés esetén a kapcsolatok természete áttekinthetetlenné válik, az értelmezésbe sajátos egyszerűsítő mechanizmusok lépnek be. A két tipikus egyszerűsítés a redukció, kevesebb kijelentsére (így kevesebb műveletre) való redukálás és a homogenizálás, vagyis a szereplő műveletek azonosnak tekintése, a kijelentés helyzetének szimmetrikussá tétele. Eredményét tekintve mindkét mechanizmus az igazságtáblázat „igaz" sorú sorai számának csökkenéséhez vezet.

A formális logika konvencióitól való eltéréseket tanulmányozva megfigyelhetjük, hogy *a tanulók nyelvi logikája a kijelentések igazságának megítélésében sokkal szigorúbb, mint a formális logika. A tanulók értelmezéseiben a kijelentésekben valójában szereplő művelet helyébe többnyire olyan művelet lép, amely az eredeti művelettel alkotott összetett kijelentést igazzá tevő feltételeknek csak egy részhalmazán lesz igaz.* Úgy tűnik tehát, hogy a természetes nyelv a benne rejlő bizonytalanságok ellen egy sajátos „bizalmatlansággal" védekezik: inkább hajlamos az igaz kijelentéseket hamisnak nyilvánítani, mint a hamisakat igaznak. Tipikus példaként az implikációt említhetjük, de a tendencia többé-kevésbé valamennyi két- és háromváltozós műveletre, összetételre jellemző.

Az előző részben bemutatott eredmények szerint a tanulók műveleteinek működése, különösen a bonyolultabb összetételekben, többnyire távol van a formális logika pontosságától, egyértelműségétől. Feltehetjük ezek után a kérdést, ilyen bizonytalansággal hogyan lehet mégis eredményes a kommunikáció? Hiszen általános tapasztalat, hogy a hétköznapi beszéd során nincsenek a teszteredményeinkben tükröződő problémákkal összemérhető nagyságú nehézségek. A válaszban több tényezőt kell felsorolnunk. Egyrészt tény, hogy a kommunikáció mindig rendelkezik egy bizonyos mértékű értelmezési bizonytalansággal, és a mindennapi gyakorlat általában nem is igényli a formális logika pontosságát, illetve az üzenet teljes információtartalmát. Másodszor, a nyelv redundanciája, a kontextus, a metakommunikáció segíti az értelmezést. Harmadrészt, és ez már a vizsgálatunkból levonható következtetés, a köznyelvben (esetünkben a 14 éves tanulók körében) léteznek egyértelmű „konvenciók", vagyis a logika szabályaitól eltérő, de a tanulók által többé-kevésbé azonosan értelmezett összetett kijelentések. Így azonos életkorú, fejlettségű, műveltségű csoporton belül a kommunikáció egyértelmű lehet, ha el is tér a formális logikától. Továbbá, mint azt eredményeink tükrözik, *a „félreértések" természete is olyan, hogy azok nyomán nem hamis, téves, hanem kevesebb információhoz jut a bonyolultabb összetételeket fejletlen nyelvlogikai műveletrendszerén átszűrve értelmező egyén.*

A hiányzó információ a köznapi kommunikációban pótolható. Vannak azonban kommunikációs helyzetek, amikor erre nincs, vagy csak korlátozottan van lehetőség. Tipikusan ilyen helyzet a tanulás, az oktatás. Bonyolult szövegeket fejletlen műveletrendszerrel értelmező címzettekhez csak a szövegben rejlő igaz állítások egy része jut el. Illusztrációként tekintsük az „akkor és csak akkor *p*, ha *q*" szerkezetű állítást. Ez a szerkezet az általános és középiskolai tankönyvekben elég gyakran előfordul, pedig teljes információtartalma $[(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})]$ a 14 éves tanulóknak csak a 33,0%-ához jut el. 44,0% ebből csak a $p \wedge q$ igazságát fogja fel. A „ha *p*, akkor *q*" szerkezet teljes információtartalma $[(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})]$ csak a tanulók 0,5 százaléka számára hozzáférhető, 18,6% a $(p \wedge q) \vee (\bar{p} \wedge \bar{q})$ állítások igazságát érti ki az állításból, míg egy nagy többséghez, 66,4%-hoz csak a $p \wedge q$ igaz kijelentés jut el.

Eredményeinket összegezve azt mondhatjuk, hogy *a formális logikai műveletei és a tanulók nyelvi-logikai műveletrendszere nem képvisel két különböző logikát. A gondolkodás – fejlettségétől függően – a teljes formális rendszer kisebb-nagyobb részét birtokolja.* A kevésbé fejlett gondolkodás az összetételeket többnyire konjunktív szerkezetekként értelmezi, és az információnak csak egy részét képes felfogni. A fejlettebb szinten megjelenő további műveletek az összetett kijelentések információtartalmának teljesebb megértését teszik lehetővé.

Az előző példákban bemutatott szerkezetek az iskolai tankönyvekben nem ritkák, és mint láttuk, a tanulók jelentős hányada nem képes azok pontos értelmezésére, teljes információtartalmának felfogására. Sok tanulónak nagyobb esélye lenne a sikeres iskolai munkára, ha a megértés eme gátjait sikerülne lebontani.

Irodalom

ANDERSEN, J. R., 1976, *Language, memory and thought,* Hillsdale, N. Y., Erlbaum.

ASCHER, E., 1984, The case of Piaget's group INRC, *Journal of Mathematical Psychology, 28,* 282–316.

BRAINE, M. D. S., 1978, On the relation between the natural logic of reasoning and standard logic, *Psychological Review, 85,* 1–21.

CSAPÓ BENŐ, 1983, A kombinatív képesség és műveleteinek vizsgálata 14 éves tanulóknál *Magyar Pedagógia, 1,* 31–50.

CSIRIKNÉ CZACHESZ Erzsébet, 1986, Gondolkodási stratégiák 14 éves tanulók nyelvlogikai műveleteiben, *Magyar Pedagógia, 1,* 62–76.

CLARK, H. H., 1969, Linguistic processes in deductive reasoning, *Psychological Review, 76,* 387–404.

CLARK, H. H., 1977, Inferences in comprehension, In: LABARGE, D., SAMUELS, S. J. (eds), *Basic processes in reading: Perception and comprehension,* Hillsdale, N. Y., Erlbaum.

FALMAGNE, R. J. (ed.), 1975, *Reasoning: Representation and process,* Hillsdale, N.Y., Lawrence Erlbaum Associates.

FELDMAN, C. F., TOULMIN, S., 1975, Logic and the theory of mind: Formal, pragmatic and empirical considerations in science of cognitive development, In: *Nebraska Symposium on Motivation, Vol. 23,* Lincoln, University of Nebraska Press.

FLAVELL, J. H., 1974: The development of inferences about others, In: MISCHEL, W. (ed.), *Understanding other persons,* Oxford, Blackwell, Basil and Mott.

GINSBURG, H., OPPER, S., 1975, *Piagets Theorie der geistigen Entwicklung,* Ernst Klett Verlag, Stuttgart.

HUTTENLOCHER, J., 1968, Constructing spatial images: a strategy in reasoning, *Psychological Review, 75,* 550–60.

INHELDER, B., PIAGET, J., 1967, *A gyermek logikájától az ifjú logikájáig,* Akadémiai Kiadó, Budapest.

JOHNSON-LAIRD, P. N., WASON, P. C., 1979, A theoretical analysis of insight into a reasoning task, In: WASON, P. C., JOHNSON-LAIRD, P. N. (eds.) *Thinking: readings in cognitive science,* Cambridge University Press, 134–151.

MARKOVITS, H., 1984, Awareness of the „possible" as a mediator of formal thinking in conditional reasoning problems, *British Journal of Psychology, 75,* 367–376.

MILLER, G. A., JOHNSON-LAIRD, P. N., 1976, *Language and Perception,* Cambridge, Mass., Harvard University Press.

MODGIL, S., MODGIL, C., 1982, *Jean Piaget: Consensus and controversy,* Holt, Rinehart and Winston, London, New York, Toronto.

NAGY József, 1981, *Rendszerezési képesség,* 18. Pedagógiai Nyári Egyetem, Szeged, 197–218.

NISBETT, R., ROSS, R., 1980, *Human inference: Strategies and shortcomings of social judgement,* Englewood Cliffs, N. Y., Prentice Hall.

NITTA, N., NAGANO, S., 1966, Basic logical operations and their verbal expressions Research Bulletin of the National Institute for Educational Research, No. 7.

O'BRIAN, D., OVERTON, W. F., 1980, Conditional reasoning following contradictory evidence: A developmental analysis, *Journal of Experimental Child Psychology, 30,* 44–61.

POLLARD, P., 1982, Human reasoning: Some possible effects of availability, *Cognition,* 12, 65–96.

REVLIS, R., 1975, Two models of syllogistic reasoning: Feature selection and conversion, *Journal of Verbal Learning and Verbal Behaviour, 14,* 180–195.

RIPS, L. J., 1983, Cognitive process in propositional reasoning, *Psychological Review, Vol. 90,* 38–71.

ROBERGE, J., 1976, Developmental analyses of two formal operational structures: Combinatorial thinking and conditional reasoning, *Developmental Psychology, 12,* 563–564.

RUZSA Imre, 1984, *Klasszikus, modális és intenzionális logika,* Akadémiai Kiadó , Budapest.

TRABASSO, T., RILEY, C. A., WILSON, E. G., 1975, The representation of linear order and spatial strategies in reasoning: A developmental study, In: FALMAGNE (ed.), 201–231.

WARREN, W. H., NICHOLAS, D. W., TRABASSO, T. 1979, Event chains and inferences in understanding narratives, In: FREEDLE, R. O. (ed.) *New Directions in discourse processing, Vol. 2,* Norwood, N. Y., Ablex.

WASON, P. C., 1979, Self-contradictions, In: WASON, P. C., JOHNSON-LAIRD, P. N. (eds.), *Thinking: readings in cognitive science,* Cambridge University Press, 89–98.

BENŐ CSAPÓ, ERZSÉBET CZACHESZ, TIBOR VIDAKOVICH

THE LEVEL OF DEVELOPMENT OF THE LINGUISTIC-LOGICAL SYSTEM OF OPERATIONS IN 14-YEAR-OLDS

The present study aims to answer the question as to how linguistic-logical operations function in compound statements which are made up of two or three individual statements. The second question this study aims to answer pertains to the relationship between formal logic and the natural logic of reasoning. To these ends, the authors carried out the qualitative analysis of solutions to 49 tasks carried out by 600 pupils aged 14.

The tasks contained one compound statement each, and facts corresponding to the truth-tables of logical operations that linked the statements. From the anwers the pupils gave, it was possible to construe the kinds of operations the pupils perceived in the compound statements. The frequency of interpretations that were correct on the basis of formal logic, together with the frequency of interpretations diverging from it, were calculated. By calculating the means of the truth values given by the pupils, a so-called empirical truth-value table of the operations was drawn up. From this, the probability of the occurrence of correct truth values in the experimental group could be established.

Our data suggests that conjunction is the most developed 2-variable operation. 89 per cent of the pupils gave correct interpretations of statements containing conjunctions. Presumably, this is the first operation to get established in pupils; in fact, in some pupils this operation was the only unambiguous means for connecting the statements. The so-called Pierce operation, which contains „neither...nor" statements, was the second to be established. 88 per cent of the pupils' solutions were correct in these operations. The various form of „or" rank in the middle as regards development. „Exclusive or" was given correctly in 67 per cent of the pupils' answers; the „and/or" form in 60 per cent; the „either/or" Schaeffer operations in 54 per cent, and equivalence in 33 per cent. Implication was the least developed of the operations; a total of 0.5 per cent of the pupils gave their interpretations in accordance with formal logic.

When connecting more than two statements, the nature of relationships had become confused for the pupils, and specific mechanisms for simplifying the interpretations emerged. The two typical simplifications were reducing the task to fewer statements and, therefore, to fewer operations; and the other the homogenization of the operations contained in the statement by treating them as identical. In other words the pupils made the compound statements symmetrical.

In those of the pupils' interpretations that diverge from the conventions of logic, some marked tendencies were apparent. Firstly, the pupils most commonly substituted the operations they didn't understand for conjunctions. Secondly, in general, the operation that had in fact been contained in the statement was replaced by one that held true only for a sub-category of conditions of the original statement.

The data suggests that the operations in formal logic and the system of linguistic-logical operations do not represent two distinct forms of logic in pupils. Reasoning possesses a larger or smaller part of the formal system. A less accomplished reasoning interprets compound statements as conjunctions and is capable of conceiving only a part of their information. Operations that emerge on more complicated levels enable the person to understand the more subtle information in compound statements.